

به نام آن که حساب آفرید

ریاضی و آمار (۲)

رشته‌های ادبیات و علوم انسانی – علوم و معارف اسلامی

پایه یازدهم

دوره دوم متوسطه

مدرس: مهندس میثم جهانگیری

روش های تست زنی
ریاضی و آمار (۲)
ویژه دانش آموزان رشته انسانی

■ مدرس:
■ مهندس میثم جهانگیری



فهرست		
صفحه	عنوان	
۱	درس ۱ - گزاره و ترکیب گزاره ها	فصل ۱ - آشنایی با منطق و استدلال ریاضی
۱۶	درس ۲ - استدلال ریاضی	
۲۴	درس ۱ - توابع ثابت، چند ضابطه ای و همانی	فصل ۲ - تابع
۳۴	درس ۲ - توابع پلکانی و قدر مطلقی	
۵۰	درس ۳ - اعمال بر روی توابع	
۶۱	درس ۱ - شاخص های آماری	فصل ۳ - آمار
۷۴	درس ۲ - سری های زمانی	



گزاره: به هر جمله خبری که بتوانیم (در حال حاضر یا در آینده) دقیقاً یکی از دو ارزش درست یا نادرست (راست یا دروغ) رابه آن نسبت بدهیم يك گزاره گفته می‌شود.

نقیض يك گزاره: نقیض گزاره p را با نماد $(\sim p)$ نمایش می‌دهیم و آن را به صورت (نقیض p) یا (چنین نیست که p) می‌خوانیم.

کدام گزینه، یک گزاره با ارزش درست است؟

تست ۱:



(۱) ریاضی درس زیبایی است.

(۳) نقیض p را با نماد $(\sim p)$ نشان می‌دهند.

(۲) $\sqrt{2}$ عددی طبیعی است.

(۴) درس منطق از بقیه دروس رشته انسانی دشوارتر است.

کدام گزینه زیر یک گزاره است ؟

تست ۲:



(۱) پارک لاله زیباتر از پارک ملت است.

(۳) عدد $\frac{2}{51}$ یک عدد گنگ است.

(۲) آیا طرح ترافیک در روز جمعه برقرار است ؟

(۴) در جاده ، آهسته برانید .

نقیض گزاره «چنین نیست که ۱ عددی اول است» کدام گزینه است؟

تست ۳:



(۱) ۱ عددی اول نیست.

(۲) ۱ عددی مرکب است.

(۳) ۱ عددی اول است.

(۴) ۱ عددی مرکب نیست.

نقیض کدام گزاره، ارزش نادرست دارد؟

تست ۴:



(۱) عبارتی گویا نیست. $\frac{\sqrt{3}}{x+1}$

(۲) $\sqrt{2} - 1$ عددی مثبت است.

(۳) واریانس، جذر انحراف معیار است.

(۴) تهران پایتخت عراق است.

نقیض چند گزاره درست بیان نشده است؟

تست ۵:



الف) گزاره: هر لوزی یک متوازی الاضلاع است. نقیض گزاره: هر لوزی یک متوازی الاضلاع نیست.

ب) گزاره: $(-2)^3$ عددی مثبت است. نقیض گزاره: $(-2)^3$ عددی نامثبت است.

پ) گزاره: عدد a از عدد b بزرگ‌تر است. نقیض گزاره: عدد b از عدد a بزرگ‌تر است.

ت) گزاره: a عددی اول است. نقیض گزاره: a عددی مرکب است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



نکته: برای نمایش بهتر ارزش گزاره‌ها، از جدولی به همین نام استفاده می‌شود. تعداد سطرهای جدول برای n گزاره برابر 2^n سطر است.

p
د
ن

$$2^1 = 2$$

p	q
د	د
د	ن
ن	د
ن	ن

$$2^2 = 4 = \text{تعداد حالت‌های ارزشی دو گزاره}$$

p	q	r
د	د	د
د	د	ن
د	ن	د
د	ن	ن
ن	د	د
ن	د	ن
ن	ن	د
ن	ن	ن

$$2^3 = 8 = \text{تعداد حالت‌های ارزشی سه گزاره}$$

در یک گزاره‌ی مرکب، اگر یک گزاره ساده‌ی دیگر به آن اضافه کنیم، در این صورت تعداد حالت‌های ارزشی گزاره‌ها در حالت جدید ...
 (۱) ۲ حالت بیش‌تر می‌شود.
 (۲) دو برابر می‌شود.
 (۳) تغییری نمی‌کند.
 (۴) نصف می‌شود.



اگر تعداد ردیف‌های جدول ارزش گزاره‌ی مربوط به ۱۰ گزاره، هشت برابر تعداد ردیف‌های جدول مربوط به n گزاره باشد، n کدام است؟
 (۱) ۴
 (۲) ۵
 (۳) ۶
 (۴) ۷



اگر سطری از جدول ارزش تعدادی گزاره به صورت «ن ن ن» باشد، این جدول چند سطر دیگر دارد؟
 (۱) ۱۶
 (۲) ۱۵
 (۳) ۳
 (۴) ۳۲



ترکیب گزاره‌ها:

الف) ترکیب عطفی دو گزاره: هرگاه بخواهیم دو گزاره مانند p و q را با لفظ (و) ترکیب کنیم، از نماد $(\wedge)$ بین دو گزاره استفاده می‌کنیم و آن را ترکیب عطفی دو گزاره می‌نامیم و می‌نویسیم $p \wedge q$.

ترکیب عطفی دو گزاره فقط وقتی دارای ارزش درست است که هر دو گزاره ارزش درست داشته باشد و اگر حداقل یکی از دو گزاره نادرست باشند، ارزش ترکیب نادرست است.

ارزش ترکیب عطفی دو گزاره

با توجه به جدول زیر تعیین می‌شود:

p	q	$p \wedge q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	ن

تست ۸:

گزاره «۵ عددی فرد است و ۴ عددی اول است» کدام نوع گزاره ترکیبی است؟ ارزش آن کدام است؟
 (۱) عطفی - نادرست (۲) فصلی - درست (۳) عطفی - درست (۴) فصلی - نادرست



تست ۹:

- اگر گزاره «اعداد صحیح زیرمجموعه اعداد گویا هستند» را با p و گزاره «۱۱۹ عددی اول است» را با q نمایش دهیم، ارزش گزاره‌ها در جدول



p	q	$\sim(p \wedge \sim q)$
☐	☐	☐
☐	☐	☐
☐	☐	☐
☐	☐	☐

زیر کدام است؟

- (۱) ☐ و ☐ و ☐
 (۲) ☐ و ☐ و ☐
 (۳) ☐ و ☐ و ☐
 (۴) ☐ و ☐ و ☐

تست ۱۰:

کدام گزاره‌ی عطفی درست است؟
 (۱) هر هفته ۷ روز و هر ماه ۳۰ روز است.
 (۲) عدد $۱ + ۴^۲$ اول و عدد $۳^۲ + ۴^۲$ مربع کامل است.
 (۳) $۰ < ۲^{-۲}$ و ۲۹ عدد اول است.
 (۴) $۶ = \sqrt{(-۶)^۲}$ و $۹ = ۲^۳$ است.



تست ۱۱:

اگر q گزاره درست و ارزش گزاره مرکب $(p \wedge q \wedge r)$ نادرست باشد، آنگاه برای p و r چند حالت امکان پذیر است؟



- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

(۱) دو گزاره هم‌ارزند، هرگاه هم هر دو درست یا هر دو نادرست باشند.

(۲) از نماد $\equiv$ برای نمایش هم‌ارزی دو گزاره استفاده می‌کنیم.



۱) $p \wedge p \equiv p$, ۲) $p \wedge (\sim p) \equiv F$, ۳) $p \wedge T \equiv p$
 ۴) $p \wedge F \equiv F$, ۵) $p \wedge q \equiv q \wedge p$

(۳) در حالت کلی داریم:

ترکیب گزاره‌ها:



(ب) ترکیب فصلی دو گزاره: هرگاه بخواهیم دو گزاره مانند p و q را با لفظ (یا) ترکیب کنیم، از نماد $p \vee q$ بین دو گزاره استفاده می‌کنیم و آن را ترکیب فصلی دو گزاره می‌نامیم و می‌نویسیم $p \vee q$.

ترکیب فصلی دو گزاره فقط وقتی دارای ارزش نادرست است که هر دو گزاره ارزش نادرست داشته باشد و اگر حداقل یکی از دو گزاره درست باشند، ارزش ترکیب درست است.

ارزش ترکیب عطفی دو گزاره با توجه به جدول زیر تعیین می‌شود:

p	q	$p \vee q$
د	د	د
د	ن	د
ن	د	د
ن	ن	ن



تست ۱۲: برای آنکه گزاره زیر دارای ارزش «نادرست» باشد، به جای نقطه چین کدام گزینه را باید قرار داد؟

«۵۷ عددی اول است یا»

- (۱) $5 > 2$ (۲) ۹۱ عددی مرکب است. (۳) ۴ عددی زوج است. (۴) ۲ عددی اول نیست.

تست ۱۳: ارزش دو گزاره p و q کدام باشد تا ارزش « $p \wedge q$ » نادرست و « $p \vee q$ » درست باشد؟

- (۱) هر دو درست (۲) هر دو نادرست (۳) یکی درست و یکی نادرست (۴) امکان ندارد همزمان « $p \wedge q$ » نادرست و « $p \vee q$ » درست باشد.

تست ۱۴: اگر p یک گزاره درست و q یک گزاره نادرست باشد، آن گاه به ترتیب ارزش « $p \vee q$ » و « $p \wedge q$ » کدام است؟

- (۱) درست - نادرست (۲) درست - درست (۳) نادرست - نادرست (۴) نادرست - درست

نکته: در حالت کلی داریم:

$$۱) p \vee p \equiv p, ۲) p \vee (\sim p) \equiv T, ۳) p \vee T \equiv T$$

$$۴) p \vee F \equiv p, ۵) p \vee q \equiv q \vee p$$

تست ۱۵: ارزش کدام یک از گزاره های زیر همواره درست است؟

- (۱) $(p \vee q) \wedge r$ (۲) $(p \vee \sim p)$ (۳) $(p \wedge \sim p)$ (۴) $p \vee \sim q$

نکته: در حالت کلی داریم:

$$۱) p \wedge (p \vee q) \equiv p, ۲) p \vee (p \wedge q) \equiv p$$

$$۳) \sim(p \vee q) \equiv (\sim p) \wedge (\sim q), ۴) \sim(p \wedge q) \equiv (\sim p) \vee (\sim q)$$

$$۵) p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

$$۶) p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

قوانین پخشپذیری:

تست ۱۶: اگر گزاره p به صورت «۵ عددی مثبت است» و گزاره q به صورت «۲ عددی اول است» بیان شود، نقیض گزاره « $p \wedge \sim q$ » به کدام صورت است؟

- (۱) ۵ عددی منفی است و ۲ عددی اول است. (۲) ۵ عددی مثبت نیست یا ۲ عددی اول است. (۳) ۵ عددی مثبت است و ۲ عددی اول نیست. (۴) ۵ عددی مثبت نیست یا ۲ عددی اول نیست.

تست ۱۷:

- به جای $\square$ در گزاره «۲ عددی اول است و $\square$ » چه ترکیبی قرار گیرد تا ارزش گزاره درست باشد؟
- (۱) عدد پنج زوج است و عدد ۳ فرد است.
 (۲) عدد ۳ زوج است یا عدد ۷ فرد است.
 (۳) $4 = 3 \times 2$ یا عدد ۱۵ از ۱۲ کوچکتر است.
 (۴) عدد ۱۲ از ۱۵ کوچکتر است و عدد ۳ زوج است.



تست ۱۸:

- ارزش دو گزاره p و q کدام باشد تا ارزش « $p \wedge q$ » نادرست و « $p \vee q$ » درست باشد؟
- (۱) هر دو درست
 (۲) هر دو نادرست
 (۳) یکی درست و یکی نادرست
 (۴) امکان ندارد همزمان « $p \wedge q$ » نادرست و « $p \vee q$ » درست باشد.



تست ۱۹:

- اگر p گزاره «۵۷ بر ۳ بخش پذیر است.» و q گزاره «۲ عددی اول نیست.» باشد و r گزاره ای دلخواه باشد، در این صورت ارزش کدام گزاره با بقیه متفاوت است؟



$$(1) \sim (p \vee \sim q) \wedge r \quad (2) (p \vee \sim r) \wedge q \quad (3) (p \wedge \sim r) \vee \sim q \quad (4) (q \wedge r) \vee \sim p$$

تست ۲۰:

- اگر ارزش هر دو گزاره مرکب « $p \wedge \sim q$ » و « $q \vee \sim r$ » درست باشد، در این صورت ارزش چه تعداد از گزاره های زیر نادرست است؟



$$\begin{array}{lll} \text{الف } \sim (p \wedge r) & \text{ب } r \wedge (\sim p \vee q) & \text{پ } p \vee (r \wedge q) \\ (1) 1 & (2) 2 & (3) 3 \\ (4) 4 \text{ صفر} \end{array}$$

تست ۲۱:

- اگر p و q دو گزاره باشند که ترکیب فصلی آنها دارای ارزش درست باشد، در این صورت به ترتیب از راست به چپ ارزش گزاره $p \vee (\sim p \wedge q)$ و $q \wedge (\sim p \vee q)$ کدام است؟



$$(1) \text{ نادرست - درست} \quad (2) \text{ نادرست - نادرست} \quad (3) \text{ درست - نادرست} \quad (4) \text{ درست - درست}$$

تست ۲۲:

- ارزش گزاره $[p \vee (\sim q \wedge \sim p)] \vee q$ کدام است؟



$$\begin{array}{ll} (1) \text{ همواره درست} & (2) \text{ همواره نادرست} \\ (3) \text{ به ارزش گزاره } p \text{ بستگی دارد} & (4) \text{ به ارزش گزاره } q \text{ بستگی دارد.} \end{array}$$

تست ۲۳:

- کدام هم‌ارزی نادرست است؟



$$\begin{array}{ll} (1) \sim (p \vee q) \equiv \sim q \wedge (\sim p) & (2) \sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee (\sim q) \\ (3) \sim (\sim p \wedge q) \equiv p \vee (\sim q) & (4) \sim (\sim p \vee q) \equiv p \wedge q \end{array}$$



تست ۲۴:

اگر نقیض « $(x \geq 5) \vee (y \in Q)$ » دارای ارزش درست باشد، x و y کدام گزینه می تواند باشد؟

(۴) $x = y = 4$

(۳) $x = y = \sqrt{30}$

(۲) $x = y = \sqrt{20}$

(۱) $x = y = 6$



تست ۲۵:

- در تکمیل جدول ارزش گذاری مقابل، ارزش گزاره های نامشخص از راست به چپ کدام است؟

p	q	$\sim p \vee q$	$\sim (p \vee \sim q)$	$p \wedge (\sim p \vee q)$
؟	؟	؟	د	؟

(۱) نادرست - نادرست - نادرست - درست

(۲) درست - نادرست - درست - نادرست

(۳) درست - درست - درست - نادرست

(۴) نادرست - درست - درست - نادرست



تست ۲۶:

اگر گزاره ای درست و $p \wedge (q \vee p)$ گزاره ای نادرست باشد، گزاره ی $p \vee (q \wedge r)$ هم ارز با کدام گزاره است؟

(۴) q

(۳) p

(۲) F

(۱) T



تست ۲۷:

کدام یک از گزینه های زیر با گزاره «هفته هفت روز دارد و ماه شهریور ۳۱ روز دارد» هم ارز است؟

(۱) قرآن دارای ۳۰ جزء است و همه سوره های آن با بسم الله شروع می شوند. (۲) ۵۷ عددی اول است و ۳ عددی اول نیست.

(۳) ۱۲۱ مضرب ۱۲ است یا $\sqrt{3}$ گنگ است. (۴) عدد $(-1)^n$ عددی همواره مثبت است یا ۲ عددی اول نیست.



(ج) ترکیب شرطی دو گزاره: هرگاه بخواهیم از گزاره p گزاره q را نتیجه بگیریم، از نماد $(\Rightarrow)$ استفاده می کنیم و می نویسیم: $p \Rightarrow q$ و آن را به صورت های زیر می خوانیم: (اگر p آنگاه q). (p نتیجه می دهد q را) ، (q از p نتیجه می شود)

p	q	$p \Rightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	د
ن	ن	د

در گزاره شرطی $p \Rightarrow q$ ، p را مقدم و q را تالی می نامیم.

ارزش گزاره شرطی $p \Rightarrow q$ با توجه به جدول روبهرو تعیین می گردد:

نکته:

(۱) ترکیب شرطی $p \Rightarrow q$ فقط زمانی نادرست است که مقدم درست و تالی نادرست باشد.

(۲) اگر ارزش مقدم نادرست باشد، بدون توجه به تالی، ارزش گزاره شرطی درست است. (اصطلاحاً به انتفاع مقدم)

(۳) اگر ارزش تالی درست باشد، بدون توجه به مقدم، ارزش گزاره شرطی درست است.

تست ۲۸:

اگر p, q, r سه گزاره باشند و ارزش گزاره $(p \Rightarrow q) \Rightarrow r$ به انتفای مقدم درست باشد، ارزش گزاره q کدام است؟
 (۱) درست (۲) نادرست (۳) بستگی به ارزش r دارد. (۴) بستگی به ارزش p دارد.



تست ۲۹:

اگر p گزاره‌ای درست، q گزاره‌ای نادرست و r گزاره‌ای دلخواه باشد، در این صورت کدام یک از گزاره‌های زیر همواره نادرست است؟
 (۱) $(r \Rightarrow p) \vee q$ (۲) $(p \Rightarrow q) \wedge r$ (۳) $(p \vee q) \vee r$ (۴) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow r$



تست ۳۰:

اگر ارزش گزاره $p \wedge (\sim q \vee r)$ درست باشد، ارزش گزاره $\sim p \wedge (\sim q \vee r) \Rightarrow \sim r$ کدام است؟
 (۱) T (۲) F (۳) با q هم ارزش است. (۴) با r هم ارزش است.



تست ۳۱:

ارزش کدام گزاره با بقیه متفاوت است؟
 (۱) اگر π عددی گویا باشد، آنگاه $\pi - \sqrt{2}$ عددی گنگ است.
 (۲) اگر $-5 < -2$ باشد، آنگاه $5 < 2$ است.
 (۳) اگر 29 عددی اول باشد، آنگاه فرد است.
 (۴) اگر 2 عددی اول باشد، آنگاه $\sqrt{2}$ عددی گویا است.



تست ۳۲:

اگر p گزاره‌ای دلخواه باشد، در این صورت ارزش کدام یک از گزاره‌های زیر همواره درست است؟
 (۱) الف و ب (۲) فقط ب (۳) الف و پ (۴) فقط پ
 الف) $(p \Rightarrow \sim p) \vee (\sim p \Rightarrow p)$ ب) $(p \vee \sim p) \Rightarrow (p \wedge \sim p)$ پ) $(p \wedge \sim p) \Rightarrow (p \vee \sim p)$



تست ۳۳:

کدام گزینه به انتفای مقدم دارای ارزش درست است؟
 (۱) اگر 2 فرد باشد، آن گاه $2 > 5$
 (۲) اگر $\sqrt{2}$ گنگ باشد، آن گاه $\sqrt{3}$ گنگ است.
 (۳) اگر 15 مضرب 5 باشد، آن گاه 5 فرد است.
 (۴) اگر $\sqrt{4}$ گویا باشد، آن گاه $\sqrt{2}$ گویاست.



تست ۳۴:

اگر $p \Rightarrow q$ و $q \Rightarrow p$ دارای ارزش یکسان باشند، کدام گزینه درست است؟

- (۱) $\sim p \vee q \equiv p$ (۲) $\sim p \wedge q \equiv T$

(۳) یکی دارای ارزش درست و دیگری دارای ارزش نادرست است. (۴) ارزش p و q همواره یکسان است.



تست ۳۵:

اگر ارزش گزاره $p \vee r$ به ارزش r بستگی داشته باشد و q گزاره‌ای دلخواه باشد، ارزش گزاره $(q \vee r) \Rightarrow \sim p$ کدام است؟

- (۱) درست (۲) نادرست (۳) هم‌ارزش با r (۴) هم‌ارزش با q



تست ۳۶:

ارزش گزاره‌های p و q به ترتیب کدام باشد تا ارزش گزاره‌ی $(p \vee \sim q) \Rightarrow (\sim p \wedge q)$ درست باشد؟

- (۱) درست - درست (۲) درست - نادرست (۳) نادرست - درست (۴) نادرست - نادرست



تست ۳۷:

اگر p و q دو گزاره دلخواه باشند به کمک جدول، در کدام حالت، ارزش گزاره $(\sim p \vee q) \wedge (p \Rightarrow q)$ نادرست است؟

- (۱) p و q هر دو درست باشند. (۲) p درست و q نادرست باشد.

- (۳) p نادرست و q درست باشد. (۴) p و q هر دو نادرست باشند.



تست ۳۸:

ترکیب شرطی $(p \wedge q) \Rightarrow \sim p$ در چه صورت نادرست است؟

- (۱) p و q هر دو درست باشند. (۲) p و q هر دو نادرست باشند.

- (۳) p درست و q نادرست باشد. (۴) p نادرست و q درست باشد.



تست ۳۹:

کدام گزینه در مورد گزاره‌ی $(p \Rightarrow q) \Rightarrow [(p \wedge q) \Rightarrow p]$ صحیح می‌باشد؟

- (۱) همیشه درست است. (۲) همیشه نادرست است. (۳) هم‌ارز $\sim p \vee \sim q$ است. (۴) هم‌ارز $p \vee q$ است.



تست ۴۰:

اگر p گزاره‌ای نادرست و q و r گزاره‌های دلخواه باشند، ارزش کدام گزاره‌ی زیر درست است؟

- (۱) $(q \vee p) \Rightarrow (q \wedge r)$ (۲) $p \wedge (q \vee r)$

- (۳) $(r \Rightarrow p) \Rightarrow (p \Rightarrow q)$ (۴) $(q \Rightarrow r) \Rightarrow (q \Rightarrow p)$



نکته: در حالت کلی داریم:

$$۱) p \Rightarrow q \equiv (\sim p) \vee q \quad , \quad ۲) \sim(p \Rightarrow q) \equiv p \wedge (\sim q)$$





p و q دو گزاره‌ی دلخواه هستند. در این صورت هم‌ارز گزاره‌ی دوشروطی $[(p \vee q) \wedge (q \Rightarrow p)] \Leftrightarrow p$ کدام است؟

- (۱) T (۲) F (۳) $p \wedge q$ (۴) $p \Leftrightarrow q$



ارزش نقیض گزاره‌ی $(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee \sim q)$ کدام است؟

- (۱) همواره درست (۲) همواره نادرست
(۳) به ارزش گزاره‌ی $p \wedge q$ بستگی دارد (۴) به ارزش گزاره‌ی p بستگی دارد



نقیض گزاره «هر عددی که بر ۲ و ۷ بخش پذیر باشد، بر ۱۴ بخش پذیر است.» کدام است؟

- (۱) عددی هست که بر ۲ یا ۷ بخش پذیر است، اما بر ۱۴ بخش پذیر نیست.
(۲) عددی هست که بر ۲ و ۷ بخش پذیر است، اما بر ۱۴ بخش پذیر نیست.
(۳) عددی هست که بر ۲ و ۷ بخش پذیر نیست، اما بر ۱۴ بخش پذیر است.
(۴) عددی هست که بر ۲ یا ۷ بخش پذیر نیست، اما بر ۱۴ بخش پذیر است.



نقیض گزاره‌ی $\sim p \Rightarrow q$ کدام است؟

- (۱) $\sim p \wedge q$ (۲) $p \wedge \sim q$ (۳) $\sim p \wedge \sim q$ (۴) $p \wedge q$



هم‌ارز گزاره‌ی $(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow \sim q)$ کدام است؟

- (۱) p (۲) $\sim p$ (۳) q (۴) $\sim q$



عکس نقیض: گزاره $\sim q \Rightarrow \sim p$ را عکس نقیض $p \Rightarrow q$ می نامیم



تست ۴۶: عکس نقیض گزاره مرکب «اگر ۲ اول باشد، آن گاه ۳ فرد است» کدام است؟

- (۱) اگر ۲ اول نباشد، آن گاه ۳ فرد نیست.
 (۲) اگر ۳ فرد نباشد، آن گاه ۲ اول نیست.
 (۳) اگر ۳ فرد باشد، آن گاه ۲ اول است.
 (۴) اگر ۲ اول باشد، آن گاه ۳ فرد است.



تست ۴۷: عکس نقیض گزاره «اگر n^2 عددی زوج باشد، آن گاه n عددی زوج است» کدام است؟ (n عددی طبیعی است).

- (۱) اگر n^2 عددی فرد باشد، آن گاه n عددی فرد است.
 (۲) اگر n عددی زوج باشد، آن گاه n^2 عددی زوج است.
 (۳) اگر n عددی فرد باشد، آن گاه n^2 عددی فرد است.
 (۴) n عددی زوج نیست و n^2 عددی فرد است.



تست ۴۸: علی عکس نقیض گزاره « $p \Rightarrow q$ » را به دست آورد؛ سپس حسن عکس نقیض گزاره حاصل را به دست آورد. گزاره نهایی کدام است؟

- (۱) $p \Rightarrow q$ (۲) $q \Rightarrow p$ (۳) $\sim q \Rightarrow \sim p$ (۴) $\sim p \Rightarrow \sim q$



تست ۴۹: اگر گزاره «اگر $x > 2$ باشد، آن گاه $x^2 > 4$ است.» را به صورت عکس نقیض گزاره شرطی بنویسیم، کدام خواهد بود؟

- (۱) اگر $x^2 < 4$ آن گاه $x < 2$
 (۲) اگر $x^2 \geq 4$ آن گاه $x \geq 2$
 (۳) اگر $x^2 \leq 4$ آن گاه $x \leq 2$
 (۴) اگر $x^2 > 4$ آن گاه $x > 2$



تست ۵۰: عکس نقیض گزاره «اگر a^2 عددی فرد باشد، آن گاه a نیز عددی فرد است» کدام است؟ ($a \in \mathbb{Z}$)

- (۱) اگر a^2 عددی زوج باشد، آن گاه a نیز زوج است.
 (۲) اگر a عددی زوج باشد، آن گاه a^2 نیز زوج است.
 (۳) اگر a^2 عددی زوج باشد، آن گاه a فرد است.
 (۴) اگر a عددی زوج باشد، آن گاه a^2 فرد است.



تست ۵۱: عکس نقیض ترکیب شرطی $(p \wedge q) \Rightarrow \sim p$ برابر کدام است؟

- (۱) $\sim p \Rightarrow p \wedge q$ (۲) $p \Rightarrow (\sim p \vee \sim q)$ (۳) $p \Rightarrow p \wedge q$ (۴) $p \Rightarrow p \vee q$





ج) ترکیب دو شرطی دو گزاره: هرگاه بخواهیم از گزاره p گزاره q و از گزاره q گزاره p را نتیجه بگیریم، از نماد $(\Leftrightarrow)$ استفاده می‌کنیم و می‌نویسیم: $p \Leftrightarrow q$ و آن را به صورت‌های زیر می‌خوانیم:
(اگر p آنگاه q و برعکس)، (p شرط لازم و کافی برای q)، (p اگر و فقط اگر q)

ترکیب دو شرطی $p \Leftrightarrow q$ زمانی درست است که مقدم و تالی هم‌ارزش باشند.

p	q	$p \Leftrightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	د

ارزش گزاره دو شرطی $p \Leftrightarrow q$ با توجه به جدول مقابل تعیین می‌گردد:

نکته: با توجه به تعریف داریم: $(p \Leftrightarrow q) \equiv [(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)]$

p	q	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$
د	د	د	د	د
د	ن	ن	د	ن
ن	د	د	ن	ن
ن	ن	د	د	د

اگر ارزش گزاره‌ی $p \Leftrightarrow q$ نادرست باشد، در این صورت ارزش کدام گزاره الزاماً درست است؟

تست ۵۲:

$q \Rightarrow p$ (۴)

$p \Rightarrow q$ (۳)

$p \vee q$ (۲)

$p \wedge q$ (۱)



اگر ارزش گزاره‌های p و q یکسان باشد، کدام گزاره هم‌ارز گزاره‌ی $(p \vee q) \Rightarrow (p \wedge q)$ خواهد بود؟

تست ۵۳:

$p \wedge \sim q$ (۴)

$\sim(p \vee q)$ (۳)

$p \wedge q$ (۲)

$p \Leftrightarrow q$ (۱)



اگر گزاره‌ی شرطی $p \Rightarrow q$ نادرست باشد، ارزش گزاره‌ی $\sim(p \Leftrightarrow q) \vee \sim p$ کدام است؟

تست ۵۴:

F (۴)

$\sim p$ (۳)

q (۲)

T (۱)



تست ۵۵: به جای نقطه چین کدام عبارت را قرار دهیم تا ارزش گزاره زیر درست باشد؟

«۲ مربع کامل است، اگر و فقط اگر»

- (۱) ۴ عددی زوج و ۳ عددی فرد است.
 (۲) ۴ مربع کامل است یا ۵ عددی زوج است.
 (۳) ۱۹ عددی مرکب است از ۳ عددی فرد است، نتیجه می شود.
 (۴) ۷ عددی اول است، اگر و فقط اگر ۴ عددی زوج باشد.

تست ۵۶: در جدول مقابل به جای ☐ کدام گزاره را می توان قرار داد؟

p	q	r	☐
د	ن	د	د

- (۱) $(p \vee q) \Rightarrow q$
 (۲) $(p \Leftrightarrow q) \wedge r$
 (۳) $(r \Rightarrow q) \Rightarrow p$
 (۴) $(\sim r \Rightarrow p) \wedge q$

تست ۵۷: به جای نقطه چین کدام عبارت را قرار دهیم تا ارزش گزاره زیر درست باشد؟

«۲ مربع کامل است، اگر و فقط اگر»

- (۱) ۴ عددی زوج و ۳ عددی فرد است.
 (۲) ۴ مربع کامل است یا ۵ عددی زوج است.
 (۳) ۱۹ عددی مرکب است از ۳ عددی فرد است، نتیجه می شود.
 (۴) ۷ عددی اول است، اگر و فقط اگر ۴ عددی زوج باشد.

تست ۵۸: اگر ارزش گزاره p نادرست و ارزش گزاره q درست باشد، در گزاره $(q \square p) \wedge q$ به جای ☐ نماد کدام ترکیب را قرار دهیم تا ارزش آن درست شود؟

- (۱) $\Leftrightarrow$ (۲) $\Rightarrow$ (۳) $\wedge$ (۴) $\vee$

تست ۵۹: اگر گزاره ای همیشه نادرست باشد، کدام گزاره ی زیر همواره درست است؟

- (۱) $p \wedge q$ (۲) $p \Leftrightarrow q$ (۳) $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ (۴) $(p \Rightarrow q) \vee (q \Rightarrow p)$

تست ۶۰: گزاره ی $q \Rightarrow [(p \Leftrightarrow q) \wedge p] \Rightarrow \sim q$ در کدام حالت نادرست است؟

- (۱) p و q هر دو درست (۲) p و q هر دو نادرست (۳) p درست و q نادرست (۴) p نادرست و q درست

تست ۶۱: اگر ارزش گزاره ی $r \Rightarrow (p \wedge q)$ نادرست باشد، هم ارز گزاره ی $(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (q \vee r)$ کدام است؟

- (۱) T (۲) F (۳) r (۴) q

اگر p گزاره‌ای درست، q گزاره‌ای نادرست و r گزاره‌ای دلخواه باشند، ارزش گزاره‌های زیر چیست؟

الف) $(p \Rightarrow q) \wedge r$



ب) $(p \wedge q) \Leftrightarrow (q \Rightarrow p)$

۱) هر دو درست

۲) هر دو نادرست

۳) الف) درست و ب) نادرست

۴) الف) نادرست و ب) درست



نکته: در حالت کلی داریم:

۱) $p \Rightarrow q \equiv (\neg p) \vee q$ ، ۲) $\neg(p \Rightarrow q) \equiv p \wedge (\neg q)$

۳) $p \Leftrightarrow q \equiv q \Leftrightarrow p$ ، ۴) $\neg(p \Leftrightarrow q) \equiv (\neg p) \Leftrightarrow q \equiv p \Leftrightarrow (\neg q)$

- کدام گزینه یک ترکیب دو شرطی از گزاره‌ها است؟

۱) ۲ عددی اول است نتیجه می‌دهد که ۷ عددی فرد است.

۲) $\sqrt{4}$ عددی گویا است از ۴ عددی مربع کامل است، نتیجه می‌شود.

۳) فرد بودن عدد ۵ شرط لازم و کافی برای زوج بودن عدد ۶ است.

۴) اگر یک چهارضلعی مربع باشد، آن گاه آن چهارضلعی لوزی است.



- در جدول زیر به جای $\square$ و $\triangle$ کدام ارزش قرار می‌گیرد؟

p	q	$(p \wedge \neg q) \Rightarrow q$	$(p \wedge q) \Leftrightarrow (\neg p)$
د	ن	$\triangle$	$\square$

۱) $\triangle$ و $\square$

۲) $\triangle$ و $\triangle$

۳) $\triangle$ و $\triangle$

۴) $\triangle$ و $\triangle$



تست ۶۵: در جای خالی کدام گزینه قرار بگیرد تا گزاره «اگر ۲ عددی فرد یا باشد، آن گاه $\sqrt{2}$ گنگ است و برعکس» دارای ارزش نادرست باشد؟
 (۱) مثبت (۲) عدد ۴ مرکب (۳) $\sqrt{4}$ گویا (۴) منفی



تست ۶۶: اگر p و q دو گزاره دلخواه باشند، به کمک جدول در کدام حالت ارزش گزاره $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (p \Leftrightarrow q)$ نادرست است؟
 (۱) p و q هر دو نادرست باشند.
 (۲) p و q هر دو درست باشند.
 (۳) p درست و q نادرست باشد.
 (۴) p نادرست و q درست باشد.



تست ۶۷: اگر p و q دو گزاره دلخواه باشند، در این صورت ارزش گزاره‌های $(q \wedge \sim p) \Leftrightarrow (p \vee \sim q)$ و $(p \Leftrightarrow \sim q) \wedge (q \Leftrightarrow \sim p)$ به ترتیب از راست به چپ کدام است؟
 (۱) درست، نادرست (۲) نادرست، درست (۳) نادرست، نادرست (۴) درست - درست



تست ۶۸: اگر p و q دو گزاره دلخواه باشند، در این صورت ارزش گزاره‌های $(p \Leftrightarrow \sim p) \Rightarrow q$ و $(q \Rightarrow \sim p) \Leftrightarrow (p \Rightarrow \sim q)$ به ترتیب از راست به چپ کدام است؟
 (۱) درست، نادرست (۲) نادرست، نادرست (۳) نادرست، درست (۴) درست - درست



تست ۶۹: چه تعداد از هم‌ارزی‌های زیر درست است؟
 الف) $\sim(p \Leftrightarrow q) \equiv (p \Rightarrow \sim q)$
 ب) $p \Rightarrow q \equiv \sim p \wedge q$
 ج) $\sim(p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$
 د) $p \Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر



تست ۷۰: اگر گزاره‌های A و B درست، گزاره C نادرست و گزاره D دارای ارزش نامشخص باشد، آن گاه ارزش گزاره‌های $(C \Leftrightarrow A) \Rightarrow (A \Leftrightarrow D)$ و $(A \wedge \sim B) \Leftrightarrow (\sim C \Rightarrow D)$ به ترتیب از راست به چپ کدام است؟
 (۱) درست، نادرست (۲) درست، نامشخص (۳) نامشخص، درست (۴) نامشخص، نادرست



تست ۷۱: نقیض گزاره $(p \Rightarrow q) \Rightarrow p$ کدام یک از گزینه‌های زیر است؟

- ☐ (۱) p
☐ (۲) q
☐ (۳) $\sim q$
☐ (۴) $\sim p$

تست ۷۲: مطابق با کدام گزینه هم‌ارزی زیر صحیح می‌باشد؟

- ☐ (۱) $q \equiv T, p \equiv T$
☐ (۲) $q \equiv F, p \equiv T$
☐ (۳) $q \equiv T, p \equiv F$
☐ (۴) $q \equiv F, p \equiv F$

تست ۷۳: گزاره‌ی $q \Leftrightarrow ((p \vee q) \wedge (q \Rightarrow p))$ در چند حالت دارای ارزش درست است؟

- ☐ (۱) ۳
 ☐ (۲) ۲
 ☐ (۳) ۱
 ☐ (۴) هیچ

تست ۷۴: اگر p, q و r به ترتیب گزاره‌های درست، نادرست و دلخواه باشند، ارزش کدام گزاره‌ی زیر با بقیه متفاوت است؟

- ☐ (۱) $(p \Leftrightarrow \sim q) \Leftrightarrow q$
☐ (۲) $(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow \sim p$
☐ (۳) $(\sim p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \vee r)$
☐ (۴) $r \Rightarrow (\sim p \Leftrightarrow q)$

تست ۷۵: اگر p گزاره‌ای درست، q گزاره‌ای نادرست و r گزاره‌ای دلخواه باشد، ارزش گزاره‌های زیر به ترتیب کدام است؟

- ☐ (۱) درست = درست
 ☐ (۲) نادرست = درست
 ☐ (۳) درست = نادرست
 ☐ (۴) نادرست = نادرست



زبان ریاضی: با استفاده از نمادهای ریاضی، می‌توانیم عبارتهای توصیفی را به زبان و نمادهای ریاضی تبدیل کنیم.

تست ۱: بازنویسی عبارت «حاصل ضرب عددی در خودش به علاوه ۳، بزرگتر از خودش است»، به صورت ریاضی کدام است؟

(۱) $a(a+3) > 3$ (۲) $a(a+3) > a$ (۳) $a^2 + 3 > 3$ (۴) $a^2 + 3 > a$

تست ۲: - تساوی $\frac{10}{100}x + x = 5$ به صورت کلامی کدام گزینه می‌تواند باشد؟ (X: قیمت فروش کالا)

- (۱) ده درصد دو برابر قیمت فروش کالایی برابر ۵ شده است.
 (۲) قیمت کالایی پس از کسر ده درصد تخفیف از آن برابر ۵ شده است.
 (۳) ده درصد قیمت فروش کالایی به علاوه قیمت فروش آن برابر ۵ است.
 (۴) قیمت کالایی بعد از نود درصد تخفیف برابر ۵ شده است.

تست ۳: بازنویسی گزاره «مجموع معکوس‌های دو عدد، بزرگتر یا مساوی مجموع آن دو عدد است» به صورت نماد ریاضی کدام است؟

(۱) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \leq x + y$ (۲) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq x + y$ (۳) $\frac{1}{x+y} \leq x + y$ (۴) $\frac{1}{x+y} \geq x + y$

تست ۴: - در کدام گزینه عبارت کلامی داده شده به نماد ریاضی آن تبدیل نشده است؟

- (۱) عددی به علاوه ۵، مساوی دو برابر آن عدد است $\leftarrow x + 5 = 2x$
 (۲) حاصل ضرب دو عدد حقیقی، برابر مجموعشان است. $\leftarrow x \times y = x + y$
 (۳) مکعب یک عدد، بزرگتر از ۷ برابر آن عدد، به علاوه ۵ است $\leftarrow x^3 > 7(x + 5)$
 (۴) دو برابر جذر عددی، برابر خودش است $\leftarrow 2\sqrt{x} = x$

تست ۵: اگر دو سوم عددی به علاوه نصف آن عدد، یک واحد از خود عدد بیش‌تر باشد، نماد ریاضی آن کدام است؟

(۱) $\frac{2}{3}x + \frac{x}{2} = x + 1$ (۲) $\frac{3}{2}x + \frac{x}{2} = x + 1$
 (۳) $\frac{2}{3}x + \frac{x}{2} + 1 = x$ (۴) $\frac{3}{2}x + \frac{x}{2} + 1 = x$

تست ۶: نماد ریاضی عبارت کلامی «مجموع مجذور دو عدد حقیقی از مجموع مجذور آن دو عدد بزرگ‌تر است.» کدام است؟

(۱) $x, y \in \mathbb{R}, x^2 + y^2 > (x + y)^2$ (۲) $x, y \in \mathbb{R}, (x + y)^2 > x^2 + y^2$
 (۳) $x, y \in \mathbb{R}, \sqrt{x + y} > \sqrt{x} + \sqrt{y}$ (۴) $x, y \in \mathbb{R}, \sqrt{x + y} < \sqrt{x} + \sqrt{y}$



تست ۷: نماد ریاضی گزاره‌ی «دو برابر تفاضل عددی از ۲۰، برابر مجموع همان عدد با ۱۵ است.» کدام است؟

$$(۲) \quad 20 - 2x = x + 15$$

$$(۱) \quad 2(20 - x) = x + 15$$

$$(۴) \quad 2x - 20 = x + 15$$

$$(۳) \quad 2(x - 20) = x + 15$$

تست ۸: کدام گزاره به طور نادرست به نمادهای ریاضی تبدیل شده است؟

(۱) مجموع معکوس دو عدد، کوچک‌تر یا مساوی معکوس حاصل ضرب آن‌ها است.

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \leq \frac{1}{ab}$$

$$\left(\frac{x+4}{2}\right)^2 > 5x^2$$

(۲) نصف مجموع مربع عددی با ۴، بزرگ‌تر از پنج برابر مجذور آن عدد است.

$$0 < x < 1 \Rightarrow x^2 > x$$

(۳) مجذور هر عدد بین صفر و یک، همواره بزرگ‌تر از خود آن عدد است.

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

(۴) مربع مجموع دو عدد با مجموع مربعات دو عدد به علاوه‌ی دو برابر حاصل ضرب آن‌ها برابر است.

انواع استدلال ریاضی:

$$p \Rightarrow q$$

الف) قیاس استثنایی: برای دو گزاره‌ی دلخواه p و q ، از ترکیب شرطی $p \Rightarrow q$

$$p$$

و درستی مقدم (p)، درستی تالی (q) را نتیجه می‌گیریم.

$$\therefore q$$

نکته: رابطی بالا را به صورت روبه‌رو نیز می‌توان نوشت: $((p \Rightarrow q) \wedge p) \Rightarrow q$

نکته: استدلال مقابل، صحیح است ولی قیاس استثنایی نیست: $((p \Rightarrow q) \wedge p) \Rightarrow p$

تست ۹: اگر p و q دو گزاره‌ی دلخواه باشند، در این صورت ارزش قاعده‌ی قیاس استثنایی $((p \Rightarrow q) \wedge p) \Rightarrow q$ همواره ...

(۲) نادرست است

(۱) درست است

(۴) به ارزش گزاره q بستگی دارد.

(۳) به ارزش گزاره p بستگی دارد

مثال ۱۰: در هر یک از استدلالات زیر جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید تا قیاس کامل شود.

(پ)

الف) اگر دو خط موازی باشند، آن‌گاه یکدیگر را قطع نمی‌کنند. (ب)

$$x < 5 \Rightarrow |x| < 5$$

$$x > 0 \Rightarrow x^2 > 0$$

$$x = 2$$

$$3 > 0$$

$$\therefore \dots\dots\dots$$

$$\therefore \dots\dots\dots$$

خطهای ۱ و d یکدیگر را قطع نمی‌کنند.

تست ۱۰: اگر p و q دو گزاره‌ی دلخواه باشند، کدام گزاره‌ی قیاس استثنایی را با نمادهای ریاضی نشان می‌دهد؟

$$(p \Rightarrow q) \wedge q \Rightarrow p \quad (۴)$$

$$(p \wedge q) \vee p \Rightarrow q \quad (۳)$$

$$(p \wedge q) \wedge p \Rightarrow q \quad (۲)$$

$$(p \Rightarrow q) \wedge p \Rightarrow q \quad (۱)$$

تست ۱۱:

- جای خالی را با کدام گزینه پر کنیم تا قیاس استثنایی کامل شود؟



دو خط بر هم عمود نیستند $\Rightarrow$ دو خط موازی باشند: p

.....

خطوط d_1 و d_2 بر هم عمود نیستند. $\therefore$

- (۱) خطوط d_1 و d_2 یکدیگر را قطع می‌کنند.
 (۲) خطوط d_1 و d_2 با هم موازی‌اند.
 (۳) خطوط d_1 و d_2 بر هم عمودند.
 (۴) خطوط d_1 و d_2 با هم موازی نیستند.

تست ۱۲:

- کدام گزینه یک قیاس استثنایی است؟



- (۱) مقدمه ۱: اگر تابع f همانی باشد، آن گاه دامنه و برد آن با هم برابر است. (۲) مقدمه ۲: اگر تابع f ثابت باشد، آن گاه برد آن تک‌عضوی است.
 مقدمه ۲: در تابع g دامنه و برد برابر است.
 نتیجه: تابع g همانی است.
 (۲) مقدمه ۱: اگر تابع f ثابت باشد، آن گاه: $f(a) = f(b)$
 مقدمه ۲: در تابع g داریم: $g(-1) = g(1)$
 نتیجه: تابع g ثابت است.
 (۴) مقدمه ۱: اگر تابع f همانی باشد، آن گاه تمام نقاط آن روی نیمساز ناحیه اول و سوم است.
 مقدمه ۲: تابع g همانی است.
 نتیجه: تمام نقاط g روی نیمساز ناحیه اول و سوم است.

تست ۱۳:

- در جای خالی زیر، کدام گزینه قرار بگیرد تا قیاس استثنایی کامل گردد؟



- مقدمه ۱: اگر $1 < x < 10$ ، آنگاه
 مقدمه ۲: عدد بزرگتر از ۱ و کوچکتر از ۱۰ است.
 نتیجه: ۲۵ بزرگتر از ۵ است.
 (۱) x^2 مثبت است.
 (۲) $x^2 < 5$
 (۳) x^2 مربع کامل است.
 (۴) $x^2 > x$

تست ۱۴:

- به جای $\square$ در گزاره $((p \Rightarrow \sim q) \wedge p) \Rightarrow \square$ کدام گزینه را قرار دهیم تا قاعده قیاس استثنایی کامل شود؟



- (۱) p
 (۲) $\sim p$
 (۳) q
 (۴) $\sim q$

تست ۱۵:

- از مفروضات زیر کدام نتیجه حاصل می‌شود؟



- فرض ۱: باقی‌مانده تقسیم مربع هر عدد فرد بر ۸، برابر ۱ است.
 فرض ۲: همه اعداد اول بزرگتر از ۲، فرد هستند.
 (۱) مربع هر عدد اول بزرگتر از ۲ مضرب ۸ است.
 (۲) مربع هر عدد اول بزرگتر از ۲ در تقسیم بر ۸ باقی‌مانده‌ای برابر ۱ دارد.
 (۳) مربع هر عدد اول در تقسیم بر ۸ باقی‌مانده‌ای برابر ۱ دارد.
 (۴) مربع هر عدد بزرگ‌تر از ۲ مضرب ۸ است.

تست ۱۶:

کدام گزینه در مورد استدلال زیر نادرست است؟



- (۱) اگر مثلثی متساوی‌الاضلاع باشد، آن گاه زاویه‌ی یکی از رأس‌ها 60° است.
 (۲) یکی از زاویه‌های مثلث ABC ، 60° می‌باشد.

$\therefore$ مثلث ABC متساوی‌الاضلاع است.

- (۱) نوع استدلال، قیاس استثنایی است.
 (۲) نوع استدلال، مغالطه است.
 (۳) نتیجه‌ی به دست‌آمده ممکن است نادرست باشد.
 (۴) از قیاس استثنایی به شکل نادرست استفاده شده است.





ب) عکس نقیض: برای دو گزارشی دلخواه p و q ، از ترکیب شرطی $p \Rightarrow q$ و درستی نقیض تالی ($\sim q$)، درستی نقیض مقدم ($\sim p$) را نتیجه می‌گیریم.

$\sim q$

$\therefore \sim p$

نکته: رابطی بالا را به صورت روبه رو نیز می‌توان نوشت: $((p \Rightarrow q) \wedge \sim q) \Rightarrow \sim p$

مثال ۲: در هر یک از استدلالات زیر جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید تا قیاس کامل شود.

a) $x \neq 2 \Rightarrow x^2 \neq 4$

$\boxed{}$

$\therefore x = 2$

b) $\frac{a}{b} = 4 \Rightarrow a = 4$

$\boxed{}$

$\therefore \frac{a}{b} \neq 4$

c) $x \leq 3 \Rightarrow x^2 \leq 9$

$x^2 \not\leq 9$

$\therefore \boxed{}$

d) $x^2 < 9 \Rightarrow x \neq 6$

$x = 6$

$\therefore \boxed{}$

تست ۱۷: برای اثبات حکم «اگر $x^2 - 1$ عددی فرد باشد، آنگاه $x + 1$ عددی فرد است.» به کمک عکس نقیض گزاره، کدام گزاره شرطی را ثابت می‌کنیم؟

(۱) اگر $x + 1$ عددی فرد باشد، آنگاه $x^2 - 1$ زوج است.

(۲) اگر $x + 1$ عددی زوج باشد، آنگاه $x^2 - 1$ زوج است.

(۳) اگر $x - 1$ عددی زوج باشد، آنگاه $x^2 + 1$ عددی فرد است.

(۴) اگر $x^2 - 1$ عددی زوج باشد، آنگاه $x + 1$ عددی زوج است.

تست ۱۸: با توجه به استدلال به کمک عکس نقیض یک گزاره شرطی، به جای اثبات گزاره شرطی « $a > b \Rightarrow a^3 > b^3$ » می‌توانیم کدام گزاره زیر را اثبات کنیم؟

(۱) $a \geq b \Rightarrow a^3 \geq b^3$ (۲) $a < b \Rightarrow a^3 < b^3$ (۳) $a^3 < b^3 \Rightarrow a < b$ (۴) $a^3 \leq b^3 \Rightarrow a \leq b$

تست ۱۹: در اثبات حکم «اگر n^2 فرد باشد، آن‌گاه n فرد است. ($n \in \mathbb{Z}$)» به کمک عکس نقیض گزاره، کدام گزاره شرطی را می‌توان راحت اثبات کرد؟

(۱) اگر n^2 فرد باشد، آن‌گاه n زوج است.

(۲) اگر n زوج باشد، آن‌گاه n^2 زوج است.

(۳) اگر n فرد باشد، آن‌گاه n^2 فرد است.

(۴) اگر n زوج باشد، آن‌گاه n^2 فرد است.



نکته: به استدلال‌های نادرست مقابل، مغالطه می‌گوییم هر چند ممکن است

$\sim p$

$\therefore \sim q$

$p \Rightarrow q$

q

$\therefore p$

این نوع استدلال‌ها نتیجهی درست بدهد.

تست ۲۰:

اگر p و q دو گزاره دلخواه باشند، کدام گزاره می تواند مغالطه را با نماد ریاضی نشان دهد؟

(۱) $((p \Rightarrow q) \wedge p) \Rightarrow q$ (۲) $((p \Rightarrow q) \wedge q) \Rightarrow p$ (۳) $((q \Rightarrow p) \wedge q) \Rightarrow p$ (۴) $((p \Rightarrow q) \wedge q) \Rightarrow p$



تست ۲۱:

کدام استدلال یک مغالطه است؟

(۱) مقدمه ۱: اگر امشب شب چهاردهم ماه باشد، آن گاه ماه کامل است. مقدمه ۲: امشب شب چهاردهم ماه است. نتیجه: ماه کامل است.

مقدمه ۲: $x^2 = 4$

نتیجه: $x = 2$

(۳) مقدمه ۱: اگر $x = 2$ ، آن گاه $x^2 = 4$

(۲) مقدمه ۱: اگر کسی از من متنفر باشد، آن گاه پشت سر من حرف می زند. مقدمه ۲: سعید از من متنفر است. نتیجه: سعید پشت سر من حرف می زند.

مقدمه ۲: عددی بزرگتر از ۲ است.

نتیجه: این عدد از ۱ بزرگتر است.

تست ۲۲:

کدام گزینه در مورد نوع استدلال های زیر درست است؟

الف) از اینکه دو خط موازی هیچگاه یکدیگر را قطع نمی کنند و دو خط d_1 و d_2 موازی هستند، نتیجه می شود که دو خط d_1 و d_2 همدیگر را قطع نمی کنند.

ب) مقدمه ۱: اگر باران نیارد، آنگاه زمین خیس نمی شود.

مقدمه ۲: زمین خیس نیست.

نتیجه: باران نمی بارد.

(۲) مغالطه - مغالطه

(۴) مغالطه - قیاس استثنایی

(۱) قیاس استثنایی - مغالطه

(۳) قیاس استثنایی - قیاس استثنایی

تست ۲۳:

کدام گزینه مغالطه نیست؟

(۱) عددی گویاست. $\Rightarrow (a = 10) \wedge (\frac{a}{5} \text{ گویاست} \Rightarrow a \text{ عددی گویا})$

(۲) $(x > 0 \Rightarrow x^2 > 0) \wedge (x^2 = 16) \Rightarrow x = 4$

(۳) $ABCD$ لوزی است $\Rightarrow (ABCD \text{ متوازی الاضلاع است}) \wedge (\text{چهار ضلعی متوازی الاضلاع است} \Rightarrow \text{اگر یک چهار ضلعی لوزی باشد})$

(۴) $(x > -5 \Rightarrow |x| > -5) \wedge (|x| = 1) \Rightarrow x > -5$



تست ۲۴:

روش به کار رفته در کدام استدلال، نادرست است؟

$$(1) \quad x < 0 \Rightarrow x^5 < 0$$

$$\underline{(-2) < 0}$$

$$\therefore (-2)^5 < 0$$

(۲) اگر دو خط بر هم عمود باشند، آن گاه زاویه بین آن‌ها 90° است.خطوط L_1 و L_2 برهم عمودند.∴ زاویه بین L_1 و L_2 برابر 90° است.

(۳) اگر داده‌ها با هم مساوی باشند، آن گاه میانگین برابر هر کدام از آن‌هاست.

میانگین اعداد a ، b و c برابر عدد b است.∴ اعداد a ، b و c با یکدیگر برابرند.

$$(4) \quad (a > b, b > c) \Rightarrow a > c$$

$$\underline{(8 > 1, 1 > -3)}$$

$$\therefore 8 > -3$$

تست ۲۵:

در مورد استدلال زیر، کدام گزینه نادرست است؟

مقدمه ۱: اگر در جلسه کنکور دقت و تمرکز نداشته باشید، آن گاه قبول نخواهید شد.

مقدمه ۲: رضا در کنکور قبول نشده است.

∴ رضا در جلسه کنکور، دقت و تمرکز نداشته است.

(۱) نوع استدلال، مغالطه است.

(۲) روش این نوع استدلال، نادرست است.

(۳) نتیجه این استدلال، قطعاً نادرست است.

(۴) نتیجه این استدلال، ممکن است درست باشد.

تست ۲۶:

در مورد استدلال زیر کدام گزینه صحیح نیست؟

مقدمه ۱: اگر مجموع ارقام عددی بر ۳ بخش پذیر باشد، آن گاه آن عدد بر ۳ بخش پذیر است.

مقدمه ۲: عدد x بر ۳ بخش پذیر است.نتیجه: مجموع ارقام عدد x بر ۳ بخش پذیر است.

(۱) روش استدلال نادرست است.

(۲) نتیجه استدلال ممکن است درست باشد.

(۳) استدلال فقط یک مغالطه است.

(۴) با توجه به مقدمات، نتیجه الزاماً درست است.

تست ۲۷:

در مورد استدلال زیر کدام گزینه صحیح است؟

مقدمه ۱: اگر باران ببارد، درخت بارور می شود.

مقدمه ۲: درخت بارور نشده است.

نتیجه: باران نباریده است.

(۱) نتیجه به دست آمده، قطعاً درست است.

(۲) نتیجه به دست آمده، ممکن است درست باشد.

(۳) مغالطه است.

(۴) نتیجه به دست آمده، قطعاً نادرست است.



کدام گزینه در مورد استدلال زیر، صحیح نیست؟

اگر خوب درس بخوانی، در درس هایت قبول می شوی.
سعیده در درس هایش قبول شده است.

∴ سعیده خوب درس خوانده است.

(۲) نتیجه‌ی استدلال قطعاً درست نیست.

(۱) روش استدلال، نادرست است.

(۴) نتیجه ممکن است درست باشد.

(۳) نوع استدلال، مغالطه است.



(پ) استدلال استنتاجی: اثبات مسایل با استفاده از روابطی که از قبل درستی آن‌ها را پذیرفته‌ایم.

نکته: به کمک استدلال استنتاجی می‌توانیم ثابت کنیم:

الف) مربع هر عدد فرد، عددی فرد است.

ب) حاصل ضرب یک عدد فرد در یک عدد زوج، عددی زوج است.

پ) ضرب هر دو عدد فرد، عددی فرد است.

ت) تفریق هر دو عدد فرد، عددی زوج است.

ث) مربع هر عدد زوج، عددی زوج است.

ج) مکعب هر عدد فرد، عددی فرد است.



گاهی اوقات با استفاده از تبدیل مسایل به زبان ریاضی، می‌توانیم به اثبات آن‌ها بپردازیم.

تست ۲۹: چهار لیوان به صورت شکل زیر داریم که سه تا از آن‌ها وارونه است. در هر حرکت مجاز هستیم دقیقاً دو لیوان را تغییر وضعیت دهیم. حداقل با چند حرکت مجاز می‌توان هر چهار لیوان را در حالت درست (رو به بالا) قرار داد؟



(۱) ۲

(۲) ۲

(۳) ۴

(۴) این کار امکان پذیر نیست.



سه لیوان همانند شکل زیر داریم که یکی از آن‌ها وارونه است. می‌خواهیم همه‌ی آن‌ها در حالت درست (رو به بالا) قرار گیرند. در هر بار مجاز هستیم که دو لیوان را تغییر وضعیت دهیم، حداقل تعداد حرکت برای این عمل کدام است؟



(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) امکان پذیر نیست.





نکته: یافتن ایرادهای مسایل حل شده با درج ایرادهای رایج، تمرینی است که در آن عدم تکرار اشتباه را در موقعیتهای مشابه می‌آموزیم.

تست ۳۱:

در حل معادله‌ی $x^2 - x = 0$ ، در کدام مرحله اشتباه رخ داده است؟

$$x^2 - x = 0 \Rightarrow x(x-1) = 0 \Rightarrow \frac{x(x-1)}{x} = \frac{0}{x} \Rightarrow x-1 = 0 \Rightarrow x = 1$$



- مرحله ۱ مرحله ۲ مرحله ۳ مرحله ۴ مرحله ۵
- (۱) مرحله‌ی ۲ (۲) مرحله‌ی ۳ (۳) مرحله‌ی ۴ (۴) مرحله‌ی ۵

تست ۳۲:

- دانش‌آموزی برای دو عدد منفی x و y ($x < y$)، استدلال زیر را انجام داده و ثابت کرده است مجموع آن‌ها مثبت است. کدام مرحله از استدلال او ایراد دارد؟



- مرحله ۱ $x < y$
- (۱) مرحله ۱ ۱) $x^2 < y^2$ طرفین به توان ۲
- (۲) مرحله ۲ ۲) $x^2 - y^2 < 0$ جمع طرفین با $-y^2$
- (۳) مرحله ۳ ۳) $(x-y)(x+y) < 0$ تجزیه به کمک اتحاد مزدوج
- (۴) مرحله ۴ ۴) $\frac{(x-y)(x+y)}{x-y} > \frac{0}{x-y}$ تقسیم طرفین بر $(x-y)$
[$(x-y)$ عددی منفی است.]
- ۵) $x+y > 0$ ساده‌سازی

تست ۳۳:

علی استدلال مقابل را انجام داده است که در آن a ، b و c اعداد حقیقی‌اند. کدام شرط را داشته باشد، تا استدلال او بدون ایراد باشد؟

- الف) $a < b$
- ب) $a + c < b + c$
- پ) $c(a + c) > c(b + c)$
- ت) $ca + c^2 > cb + c^2$
- ث) $ca > cb$



- (۱) بزرگتر از صفر باشد. (۲) کوچکتر از صفر باشد. (۳) مساوی صفر باشد. (۴) هر عدد دلخواهی می‌تواند باشد.

تست ۳۴:

دانش‌آموزی ادعا می‌کند که معادله $x^2 - 4x + 3 = x - 3$ فقط یک ریشه دارد و آن $x = 2$ است، با توجه به استدلال زیر، در صورت وجود اشتباه در چه مرحله‌ای دچار اشتباه شده است؟



$$x^2 - 4x + 3 = x - 3$$

مرحله ۱ ————— تجزیه سمت چپ ————— $(x-1)(x-3) = x-3$

مرحله ۲ ————— تقسیم دو طرف بر $x-3$ ————— $x-1=1$

مرحله ۳ ————— یافتن جواب ————— $x=2$

- (۱) مرحله ۱ (۲) مرحله ۲ (۳) مرحله ۳ (۴) اشتباهی مرتکب نشده است.



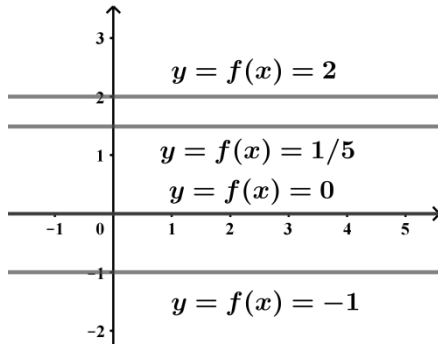


انواع توابع:

۱) تابع ثابت: ضابطه‌ی توابع ثابت به صورت $f: A \rightarrow B$ است که در آن $a \in \mathbb{R}$. نمودار این توابع به صورت خط افقی است (موازی محور طول‌ها).

در حالت کلی برای دامنه و برد تابع ثابت $f(x) = a$ داریم:

$$D_f = \mathbb{R}, \quad R_f = \{a\}$$



تست ۱: اگر دامنه تابع f ، مجموعه اعداد صحیح و ضابطه آن به صورت $f(x) = -3$ باشد، مقدار $f(-1) - 3f(2)$ کدام است؟

- ۶ (۱) ۸ (۲) -۷ (۳) صفر (۴)



تست ۲: اگر تابع $f(x) = \begin{cases} (a-2)x+3 & x \geq 1 \\ b & x < 1 \end{cases}$ یک تابع ثابت باشد، مقدار $a+b$ کدام است؟

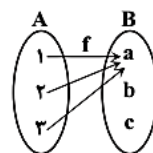
- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴)



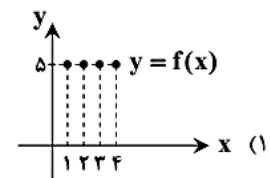
تست ۳: کدام گزینه یک تابع ثابت را مشخص نمی‌کند؟

(۴) $f = \{(2,1), (2,2), (2,3)\}$

(۳) $\begin{cases} f: A \rightarrow B \\ f(x) = 7 \end{cases}$



(۲)

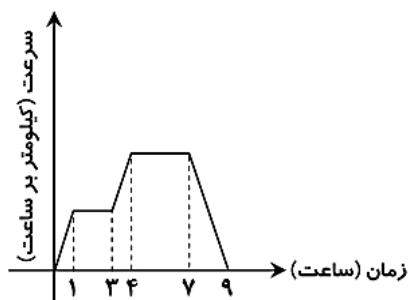


تست ۴: تابع f ، تابعی ثابت با دامنه اعداد حقیقی است؛ به طوری که $2f(x) + f(2) = 9$. حاصل $f(1) + f(-1)$ کدام است؟

- صفر (۱) ۶ (۲) ۳ (۳) ۹ (۴)



تست ۵: - نمودار روبه‌رو سرعت یک اتومبیل را برحسب زمان نشان می‌دهد. این اتومبیل چند ساعت را با سرعت ثابت حرکت کرده است؟



۵ (۱)



۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

تست ۶: - اگر برد یک تابع ثابت به صورت $R = \{a-3, 2a\}$ باشد، مقدار a کدام است؟

-۳ (۴)

۳ (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)



تست ۷: - اگر $f = \{(1, 2a-1), (a+2, b+1), (1, a+1)\}$ یک تابع ثابت باشد، مقدار $a+b$ کدام است؟

۴ (۴)

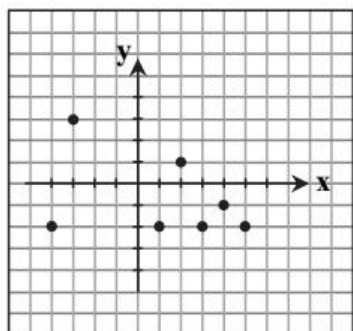
-۲ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



تست ۸: - از نمودار تابع روبه‌رو حداقل چند نقطه حذف کنیم تا نمودار حاصل تبدیل به یک تابع ثابت شود؟



۳ (۳) ۱ (۱)



۶ (۴) ۲ (۲)

تست ۹: - تابع $f(x)$ با دامنه اعداد حقیقی و برد $R = \{-3\}$ است. حاصل $f(0) + f(2) + f(4)$ کدام است؟

-۶ (۴)

-۹ (۳)

۶ (۲)

-۳ (۱)



تست ۱۰: - اگر برد تابع $f(x) = x^2 - x - 1$ به صورت $R_f = \{1\}$ باشد، نمایش زوج مرتبی تابع f کدام است؟

$f = \{(-2, 1)\}$ (۴)

$f = \{(1, 1)\}$ (۳)

$f = \{(-2, 1), (1, 1)\}$ (۲)

$f = \{(2, 1), (-1, 1)\}$ (۱)



تست ۱۱:

اگر f یک تابع ثابت با دامنه‌ی دو عضوی باشد، مقدار $m + t$ کدام نمی‌تواند باشد؟



$$f = \{(-1, n^2 - 4n), (2m - 3, 5), (m + n, t)\}$$

(۲) -۱

(۱) ۱۳

(۴) ۷

(۳) ۳

تست ۱۲:

اگر جدول زیر مربوط به یک تابع ثابت باشد، در این صورت حاصل $a + b + c$ کدام است؟



x	-۱	-۲	۳	$\sqrt{2}$
y	$\sqrt{a}$	b^2	$2b - 1$	c

(۲) ۳

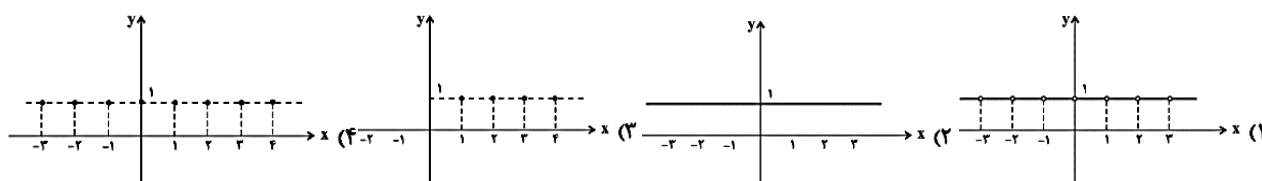
(۱) ۱

(۴) -۳

(۳) -۱

تست ۱۳:

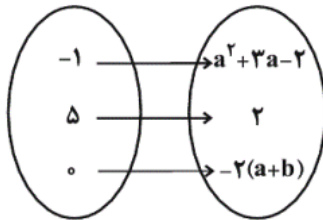
نمودار تابع ثابت $f(x) = \begin{cases} N \rightarrow Z \\ f(x) = 1 \end{cases}$ کدام است؟ (N مجموعه اعداد طبیعی و Z مجموعه اعداد صحیح است.)



تست ۱۴: در تابع ثابت $f(x) = C$ ، $f(x^2 - 3x + 4) = (f(x))^2 - 3f(x) + 4$ است. در این صورت حاصل $f(2)$ کدام است؟

- ☐ (۱) ۲
 ☐ (۲) -۲
 ☐ (۳) $\frac{1}{2}$
 ☐ (۴) $-\frac{1}{2}$

تست ۱۵: اگر تابع مقابل تابع ثابت باشد، حاصل $a - b$ کدام می‌تواند باشد؟



- ☐ (۱) -۳
 ☐ (۲) ۱
 ☐ (۳) ۲
 ☐ (۴) -۷

تست ۱۶: اگر $f(x) = (2a - 1)x + ax - a + 1$ یک تابع ثابت باشد، $f(-1) + f(1)$ کدام است؟

- ☐ (۱) $\frac{1}{3}$
 ☐ (۲) $\frac{2}{3}$
 ☐ (۳) $\frac{4}{3}$
 ☐ (۴) $\frac{8}{3}$

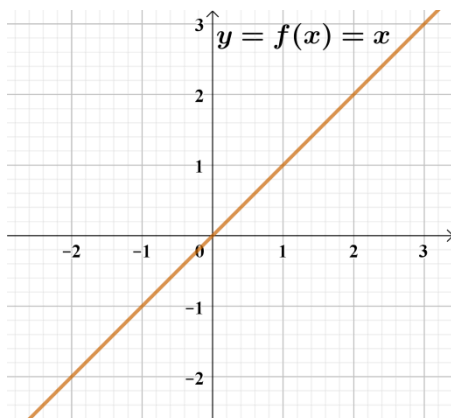
تست ۱۷: اگر $f = \{(4, m - 2), (-1, 3), (2, n^2 + 7 - 4n)\}$ یک تابع ثابت باشد، مقدار $m^2 + n^2$ کدام است؟

- ☐ (۱) ۸
 ☐ (۲) ۱۳
 ☐ (۳) ۲۵
 ☐ (۴) ۲۹



$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

(۲) تابع همانی: ضابطه‌ی توابع همانی به صورت $f(x) = x$ است. نمودار این تابع نیمساز ناحیه اول و سوم را

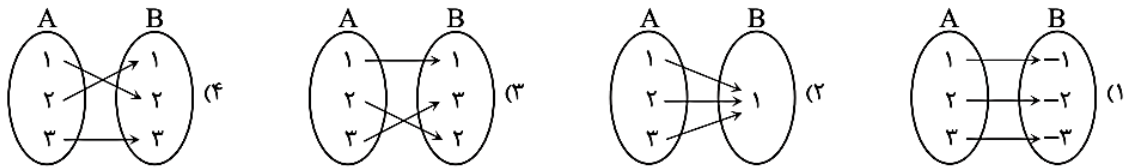


در دستگاه محورهای مختصات تشکیل می‌دهد.

نکته: در حالت کلی برای دامنه و برد تابع همانی $f(x) = x$ داریم:

$$D_f = \mathbb{R}, \quad R_f = \mathbb{R}$$

تست ۱۸: کدام یک از نمودارهای پیکانی زیر، یک تابع همانی را معرفی می کند؟



تست ۱۹: تابع f ، تابعی ثابت و همانی است. دامنه این تابع کدام می تواند باشد؟

- (۱) $\mathbb{R}$ (۲) $\mathbb{N}$ (۳) $\{1\}$ (۴) $\{-1, 0, 1\}$

تست ۲۰: تابع f یک تابع همانی با دامنه اعداد حقیقی است. حاصل $\frac{f(3) + 2f(-3)}{2f(3) - f(-3)}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) -3 (۳) 3 (۴) $\frac{1}{3}$

تست ۲۱: اگر تابع $f = \{(2, x+y), (x+4, y)\}$ تابع همانی باشد، حاصل $2x+y$ کدام است؟

- (۱) 1 (۲) -1 (۳) 5 (۴) -5

تست ۲۲: زوج مرتب $(1, n^2 + n - 1)$ روی نیمساز ناحیه اول و سوم قرار دارد. مجموع مقادیر ممکن n کدام است؟

- (۱) -1 (۲) 2 (۳) 3 (۴) -3

تست ۲۳: کدام گزینه درست است؟

- (۱) اگر تعداد اعضای دامنه و برد یک تابع با هم برابر باشند، آن تابع همانی است.
(۲) اگر f یک تابع همانی باشد، آنگاه: $f(kx) = kf(x)$
(۳) اگر f یک تابع ثابت با دامنه اعداد حقیقی باشد، آنگاه: $f(a) + f(b) = f(a+b)$
(۴) اگر f یک تابع ثابت باشد، آنگاه دامنه و برد آن با هم برابر است.

تست ۳۴: اگر $f = \{(\delta, \sqrt{9}), (6, m-2n), (10, m+2n)\}$ تابعی ثابت و $g = \{(\frac{a}{p}, 1), (4, 4), (8, b-2)\}$ تابعی همانی باشد، حاصل

عبارت $m-n+a-b$ کدام است؟

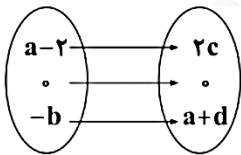
- (۱) -۵ (۲) ۵ (۳) -۶ (۴) ۶

تست ۳۵: اگر f تابعی ثابت و g تابع همانی باشند به طوری که $f(3)+g(6)=13$ ، مقدار $f(3)+f(6)+g(3)$ کدام است؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۱۳ (۳) ۱۰ (۴) ۶

تست ۳۶: اگر برد تابع $f = \{(-1, 3a+1), (b, 4), (1, -2b)\}$ تک‌عضوی و تابع g مطابق شکل زیر یک تابع همانی باشد، حاصل $ab+cd$ کدام

است؟



$$-\frac{2}{3}(2)$$

$$\frac{3}{4}(4)$$

$$-\frac{5}{2}(1)$$

$$\frac{1}{4}(3)$$

تست ۳۷: اگر f تابعی ثابت، g تابع همانی و $f(-\frac{1}{p})=4$ باشد، به ازای کدام مقدار k رابطه $\frac{f(-1)g(2)}{2kg(\frac{1}{p})-f(\sqrt{2})}=-1$ برقرار است؟

- (۱) -۲ (۲) -۴ (۳) ۱ (۴) ۶

تست ۳۸: اگر f تابعی ثابت و g تابع همانی باشند به طوری که $f(3)+g(6)=13$ ، مقدار $f(3)+f(6)+g(3)$ کدام است؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۱۳ (۳) ۱۰ (۴) ۶

تست ۳۹: اگر f و g به ترتیب توابع همانی و ثابت باشند و رابطه $2f(-3)=g(4)$ بین آن‌ها برقرار باشد، حاصل $g(0)+4f(1)$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۱۰ (۴) -۱۰

اگر f تابع ثابت و g تابع همانی باشد به طوری که $f(1) = 1 + g(2)$ ، حاصل $\frac{2f(10) - g(5)}{f(g(5))}$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{5}$

(۲) صفر

(۳) $\frac{1}{3}$

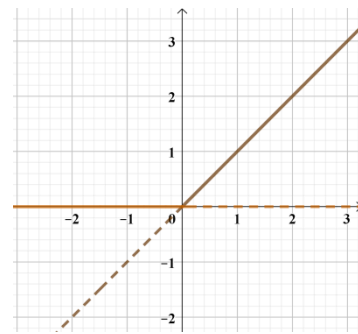
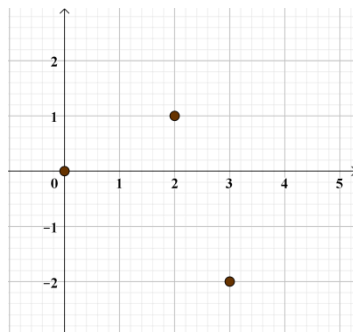
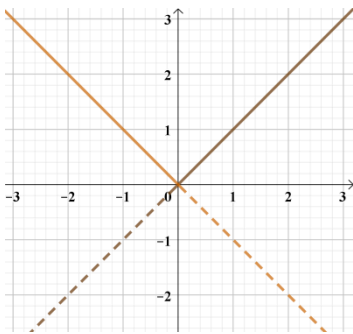
(۴) -۱

هر شب



(۳) تابع چندضابطه‌ای: توابعی هستند که برای قسمت‌های مختلف دامنه‌شان، ضوابط مختلفی دارند. به طور مثال همه توابع زیر چند ضابطه‌ای هستند:

$$f(x) = \begin{cases} x & , x \geq 0 \\ -x & , x < 0 \end{cases}, \quad g(x) = \begin{cases} 1 & , x = 2 \\ -2 & , x = 3 \\ \cdot & , x = \cdot \end{cases}, \quad h(x) = \begin{cases} x & , x \geq 0 \\ \cdot & , x < 0 \end{cases}$$



نکته: دامنه این توابع با توجه به محدودی تعیین شده برای متغیر مستقل (x) و نمودار قابل تشخیص است.

$$D_f = \mathbb{R}, \quad D_g = \{0, 2, 3\}, \quad D_h = \mathbb{R}$$

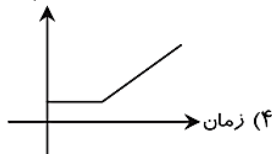
نکته: برد این توابع با توجه به ضابطه تعیین شده برای متغیر وابسته (y) و نمودار قابل تشخیص است.

$$R_f = \{y \in \mathbb{R} | y \geq 0\}, \quad R_g = \{-2, 0, 1\}, \quad R_h = \mathbb{R}$$

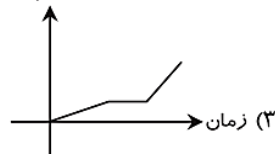
کدام نمودار می‌تواند مربوط به عبارت «علی برای رفتن به مدرسه از منزل خود ابتدا قدم‌زنان شروع به حرکت کرد. سپس برای خرید تغذیه زنگ تفریحش ایستاد. پس از آن برای اینکه به موقع به مدرسه برسد، به سمت مدرسه دوید» باشد؟



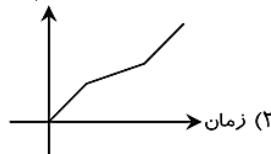
فاصله از خانه



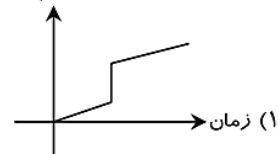
فاصله از خانه



فاصله از خانه



فاصله از خانه



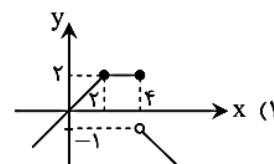
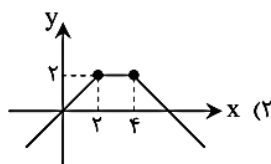
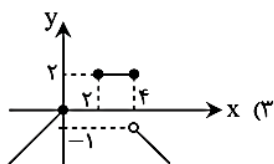
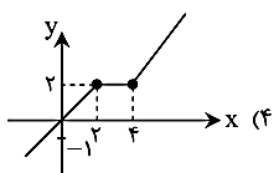
تست ۳۲: اگر $f(x) = \begin{cases} \sqrt{2} + x & x < -1 \\ \sqrt{2} - x & x \geq -1 \end{cases}$ مقدار $f(\sqrt{2}-1) + f(\sqrt{2}+1)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) صفر (۴) $2\sqrt{2} - 2$

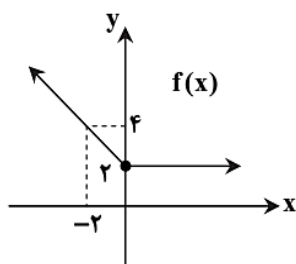
تست ۳۳: اگر $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 1 & x < 2 \\ 2x^2 + 1 & x > 2 \end{cases}$ حاصل $f(1-\sqrt{3}) + f(1+\sqrt{3})$ کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۴ (۴) ۱۶

تست ۳۴: نمودار تابع چندضابطه‌ای $f(x) = \begin{cases} x & x < 2 \\ 2 & 2 \leq x \leq 4 \\ 3-x & x > 4 \end{cases}$ کدام است؟



تست ۳۵: ضابطه تابع $f(x)$ که نمودار آن به صورت مقابل می‌باشد، کدام است؟



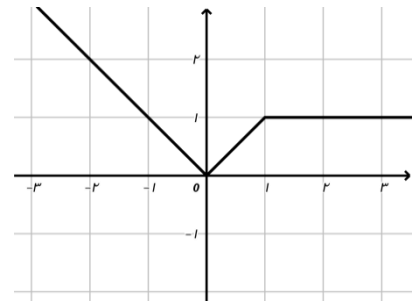
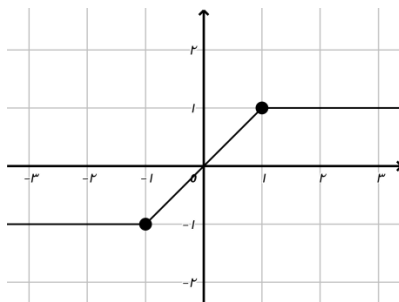
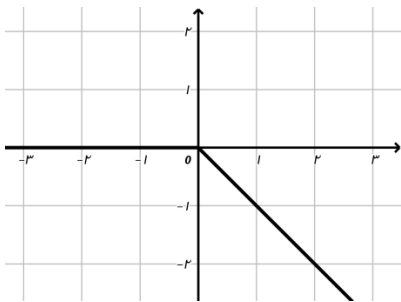
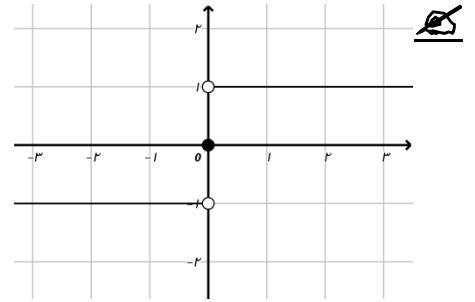
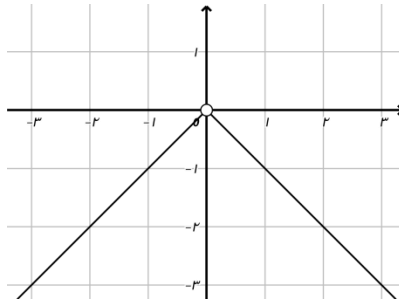
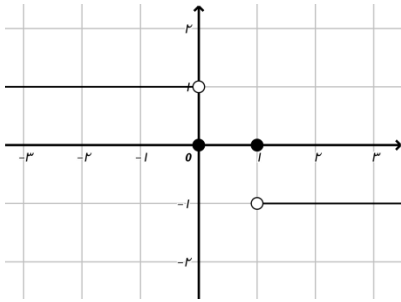
$$f(x) = \begin{cases} -x + 2 & x \leq 0 \\ 0 & x > 0 \end{cases} \quad (3) \quad f(x) = \begin{cases} -x + 2 & x \leq 0 \\ 2 & x > 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$f(x) = \begin{cases} -2x & x \leq 0 \\ 2 & x > 0 \end{cases} \quad (4) \quad f(x) = \begin{cases} -2x & x \leq 0 \\ x + 2 & x > 0 \end{cases} \quad (2)$$

تست ۳۶: در تابع $f(x) = \begin{cases} -3 & x < -1 \\ 2x^2 & -1 \leq x < 1 \\ 2x + 1 & x \geq 1 \end{cases}$ مقدار $f(-1) + 2f(1)$ برابر است با:

- (۱) ۳ (۲) ۸ (۳) -۱ (۴) ۴

شماره: ضابطه توابع مقابل را بنویسید.



تست ۳۷: خط $y=4$ نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} 2x-1, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ x^2+4, & x < 0 \end{cases}$ را در چند نقطه قطع می‌کند؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

تست ۳۸: برد تابع $f(x) = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -3, & x < 0 \end{cases}$ کدام است؟

R (۴)

$\{y \geq 0\} \cup \{-3\}$ (۳)

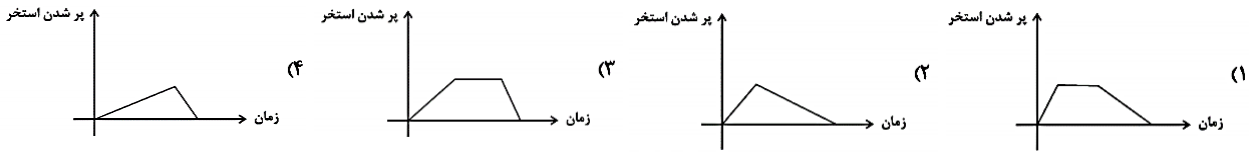
$y \geq -3$ (۲)

$y \geq 0$ (۱)

تست ۳۹:

کدام نمودار مربوط به داستان زیر است؟

«استخر آبی توسط یک شیر ۷ ساعت طول می کشد تا پر شود. سپس بعد از ۳ ساعت، شیر دیگری را باز می کنیم تا استخر خالی شود که مدت زمان خالی شدن استخر ۴ ساعت طول می کشد.»



تست ۴۰:

اگر f تابعی همانی با دامنه R و g تابعی ثابت با دامنه R و برد $\{3\}$ و h تابعی چند ضابطه ای به شکل

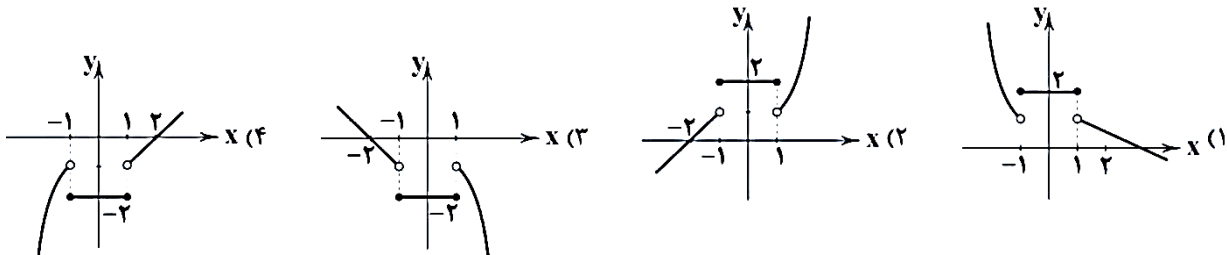
$$h(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & , x \geq 0 \\ -x - 1 & , x < 0 \end{cases}$$

باشد، حاصل عبارت $A = \frac{2f(-6) + g(1000)}{h(\sqrt{3}) - h(-4)}$ کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۱

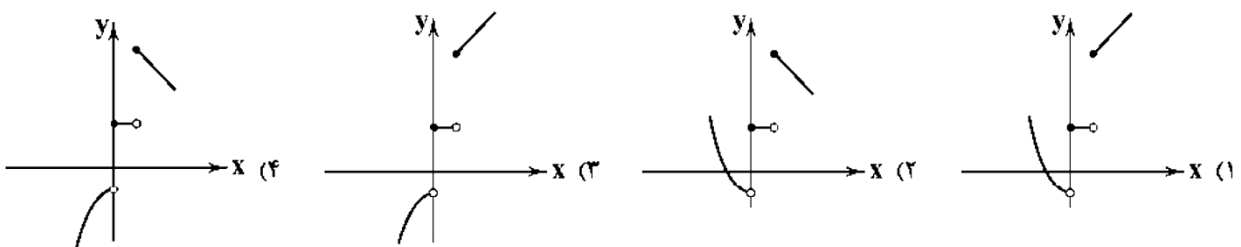
تست ۴۱:

نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x+2 & x < -1 \\ 2 & -1 \leq x \leq 1 \\ x^2 & x > 1 \end{cases}$ کدام است؟



تست ۴۲:

نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & x < 0 \\ 2 & 0 \leq x < 1 \\ x + 4 & x \geq 1 \end{cases}$ به کدام صورت است؟



تست ۴۳:

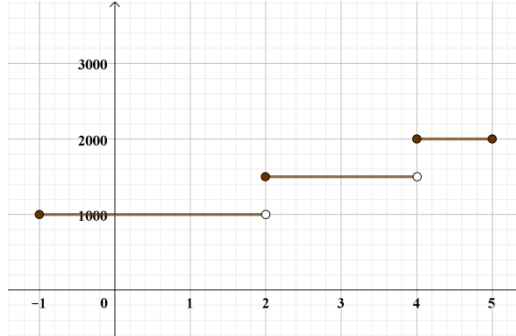
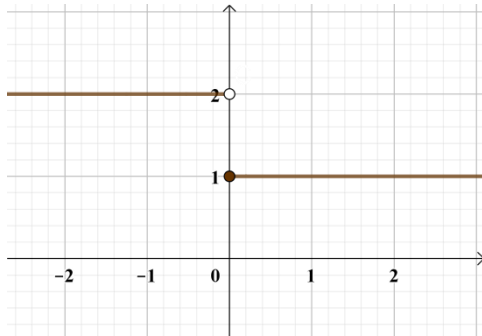
اگر $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 1 & x > 2 \\ -x^2 - 1 & 1 < x < 2 \\ -x^2 - 2 & x < 1 \end{cases}$ باشد، آنگاه حاصل $\frac{\Delta f(-\sqrt{2}) + 2f(\sqrt{2})}{2f(2\sqrt{3})}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{13}{11}$ (۲) $\frac{15}{11}$ (۳) $\frac{17}{11}$ (۴) $\frac{19}{11}$



توابع پلکانی: توابعی چندضابطه‌ای هستند که ضابطه‌های آن‌ها همگی توابع ثابت هستند. در زیر چند نمونه از توابع پلکانی را مشاهده می‌کنید:

$$f(x) = \begin{cases} 1 & , x \geq 0 \\ 2 & , x < 0 \end{cases} \quad , g(x) = \begin{cases} 1000 & , -1 \leq x < 2 \\ 1500 & , 2 \leq x < 4 \\ 2500 & , 4 \leq x \leq 5 \end{cases}$$



مثال: تابع پلکانی زیر را رسم کنید و موارد خواسته شده را بیابید.



$$f(x) = \begin{cases} 1000 & , 0 \leq x \leq 1 \\ 1500 & , 1 < x \leq 2 \\ 2500 & , 2 < x \leq 3 \end{cases}$$

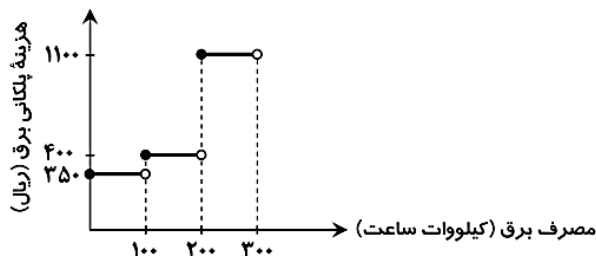
۱) $D_f =$

۲ $f(1) + f(1/9) - f(2) =$

۳ $f(3) - f(2/5) =$

تمرین: نمودار پلکانی زیر برای محاسبه هزینه پلکانی برق مصرفی یک خانوار رسم شده است. اگر برق مصرفی این خانوار ۳۰۰ کیلووات ساعت باشد،

هزینه برق مصرفی این خانوار چند ریال است؟



۱) ۱۱۰۰

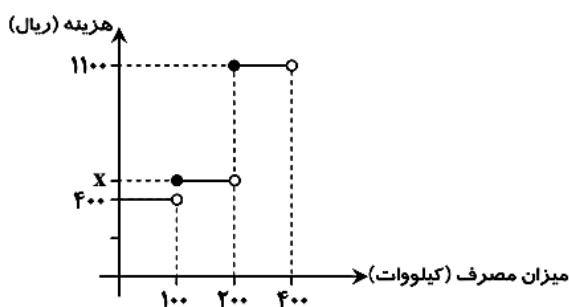
۲) ۱۸۵۰

۳) ۱۸۵۰۰۰

۴) ۱۱۰۰۰۰

نمودار مقابل، تابع پلکانی محاسبه هزینه برق مصرفی یک خانه برای یک ماه است. خانه‌ای که برای یک ماه ۱۴۰ کیلووات برق مصرف کرده بود،

مبلغ ۶۲۰۰۰ ریال پرداخت کرد. مقدار x در نمودار کدام است؟



(۱) ۵۵۰

(۲) ۵۲۵

(۳) ۵۰۰

(۴) ۴۵۰

ضابطه تابع $C(n) = \begin{cases} 0 & , 1 \leq n \leq 2 \\ 100 & , n = 3 \\ 200 & , n = 4 \\ 300 & , n = 5 \end{cases}$ به صورت خلاصه شده مطابق کدام گزینه است؟ ($n \in \mathbb{N}$)



$$C(n) = \begin{cases} 0 & , 1 \leq n \leq 2 \\ (n-2) \times 100 & , 3 \leq n \leq 5 \end{cases} \quad (۲)$$

$$C(n) = \begin{cases} 0 & , 1 \leq n \leq 2 \\ 100 \cdot n & , 3 \leq n < 6 \end{cases} \quad (۱)$$

$$C(n) = \begin{cases} 0 & , 1 \leq n < 3 \\ (n-100) \times 3 & , 3 \leq n < 6 \end{cases} \quad (۴)$$

$$C(n) = \begin{cases} 0 & , 1 \leq n < 3 \\ (n-1) \times 100 & , 3 \leq n < 6 \end{cases} \quad (۳)$$

جدول هزینه پلکانی مصرف برق مطابق زیر است. اگر خانواده‌ای ۳۲۰ کیلووات ساعت برق در یک ماه مصرف کند، هزینه برق آن‌ها چند

ریال می‌شود؟



پله‌های مصرف ۳۰ روزه (کیلو وات ساعت)	هزینه هر کیلووات ساعت (ریال)
مصرف ۰ تا ۱۰۰	۴۵۰
مازاد بر ۱۰۰ تا ۲۰۰	۵۲۵
مازاد بر ۲۰۰ تا ۳۰۰	۱۱۲۵
مازاد بر ۳۰۰ تا ۴۰۰	۲۰۲۵

(۴) ۳۲۰۰۰۰

(۳) ۲۵۰۵۰۰

(۲) ۱۸۰۰۰۰

(۱) ۲۱۰۰۰۰

تست ۵: اگر $f(x) = \begin{cases} ax-1 & x < -1 \\ 2 & -1 \leq x \leq 1 \\ 2a-1 & x > 1 \end{cases}$ یک تابع پلکانی باشد، برد آن کدام است؟

- (۱) $\{1, -1, 2\}$ (۲) $\{0, 2, -1\}$ (۳) $\{1, 2\}$ (۴) $\{-1, 2\}$

تست ۶: در تابع پلکانی $f(x) = \begin{cases} (m-2)x+4 & x \geq 0 \\ m+1 & x < 0 \end{cases}$ مقدار $f(2) - f(-2)$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) ۲

تعاریف: تابع علامت به صورت مقابل تعریف می‌شود:

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & , x > 0 \\ 0 & , x = 0 \\ -1 & , x < 0 \end{cases}$$

واضح است که در این تابع داریم: $R_f = \{-1, 0, 1\}$ ، $D_f = \mathbb{R}$.

مثال ۲: حاصل هر یک را بیابید.

$\text{sign}(5) =$ ، $\text{sign}(x^2 + 1) =$ ، $\text{sign}(2\sqrt{3} - 4) =$

$\text{sign}(-2/5) =$ ، $\text{sign}(-x^2 - 2) =$ ، $\text{sign}(-1 + \sqrt{2}) =$

تست ۷: مساحت زیر منحنی تابع $y = \text{sign}(x)$ به ازای $\{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x \leq 7\}$ کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) ۶ (۳) صفر (۴) ۳

تست ۸: دامنه و برد تابع علامت $(f(x) = \text{Sign}(x))$ کدام است؟

- (۱) $R_f = \mathbb{R}$ ، $D_f = \mathbb{R}$ (۲) $R_f = \{-1, 0, 1\}$ ، $D_f = \mathbb{R}$ (۳) $R_f = \mathbb{R}$ ، $D_f = \{-1, 0, 1\}$ (۴) $R_f = \{-1, 0, 1\}$ ، $D_f = \{-1, 0, 1\}$

تست ۹: اگر $f(x) = \text{sign}(x)$ تابع علامت باشد و رابطه $\text{sign}(x^2 - 4) = 0$ برقرار باشد، مجموع مربعات جواب‌های قابل قبول برای x کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) ۱۸



تست ۱۰: نمودار تابع $f(x) = \text{sign}(x)$ و $g(x) = ax$ یکدیگر را در نقاط به طول‌های ۲ و -۲ قطع می‌کنند، مقدار a کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{2}$



تست ۱۱: اگر $f(x) = \text{sign}(x)$ و $g(x)$ یک تابع همانی باشد، حاصل عبارت $A = \frac{3f(-3) + 4g(3)}{f(5) - g(6)}$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) -۳ (۳) $-\frac{9}{5}$ (۴) $-\frac{5}{9}$



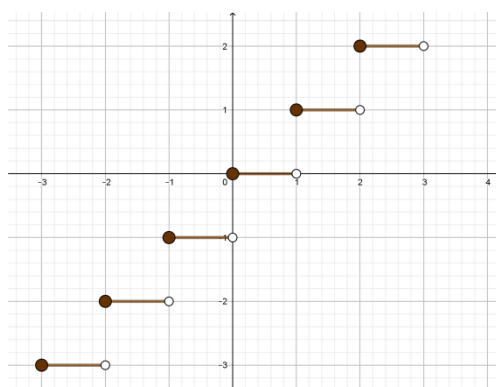
توابع جزء صحیح:

تابعی که به هر عدد حقیقی x ، اولین عدد صحیح کوچکتر یا مساوی آن را نسبت دهد، تابع جزء صحیح نامیده می‌شود. تابع جزء صحیح به صورت $f(x) = [x]$ نمایش داده می‌شود.

در مورد این تابع داریم: $R_f = \mathbb{Z}$ ، $D_f = \mathbb{R}$.

نکته: تابع جزء صحیح، نوعی تابعی پلکانی است و داریم:

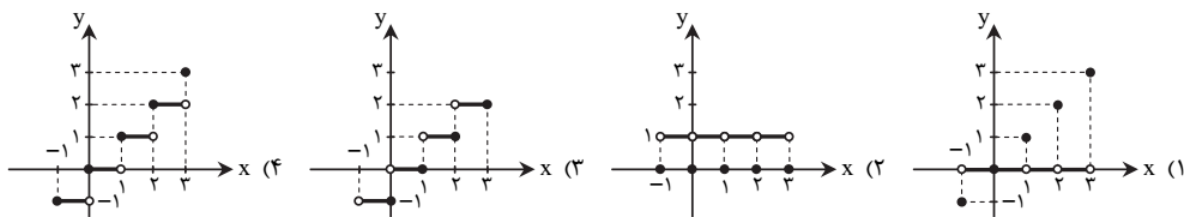
$$f(x) = [x] = \begin{cases} \vdots & \\ -1 & , -1 \leq x < 0 \\ 0 & , 0 \leq x < 1 \\ 1 & , 1 \leq x < 2 \\ \vdots & \end{cases}$$



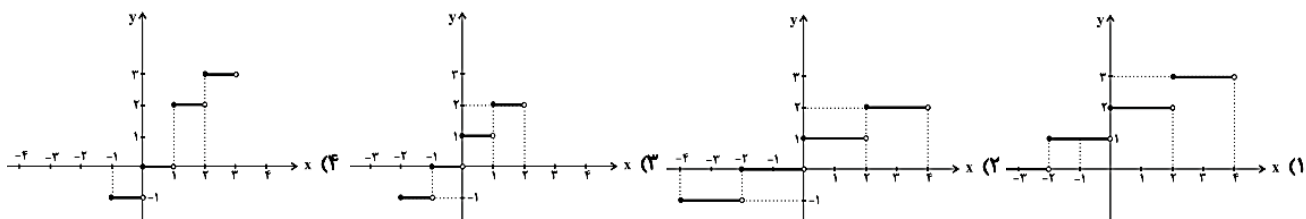
نکته: طول هر گام از نمودار تابع $y = [ax]$ برابر $\frac{1}{a}$ است.



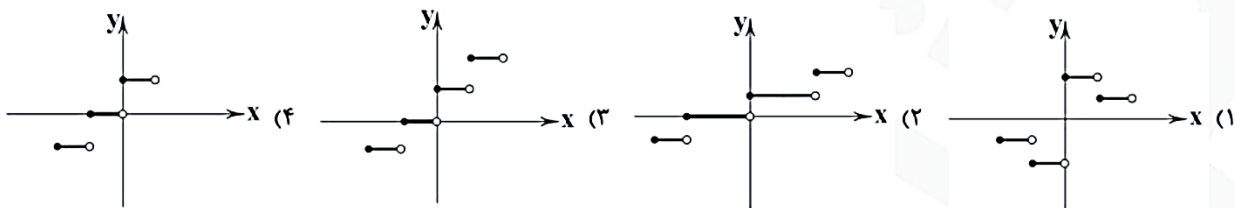
تست ۱۲: - نمودار تابعی که به هر عدد صحیح k ، خود آن عدد و به تمام اعداد بین دو عدد صحیح متوالی k و $k+1$ ، عدد صحیح k را نسبت می‌دهد، در بازه $[-1, 3]$ کدام است؟



تست ۱۳: بخشی از نمودار تابع $f(x) = [\frac{1}{4}x + 2]$ شبیه کدام گزینه است؟



تست ۱۴: نمودار تابع $y = [\frac{1}{4}x] + 1$ در دامنه $-3 \leq x < 3$ کدام است؟



نکته: اگر a یک عدد صحیح باشد، داریم:

$$[x] = a \Rightarrow a \leq x < a+1, \quad [x+a] = [x] + a$$

$$[x+h] = [x] + h, \quad [2x-6] = [2x] - 6$$

نکته: اگر a یک عدد صحیح باشد، در حالت کلی تساوی‌های زیر برقرار نیست:

$$[x] + [y] = [x+y] \quad \text{E X) } [2/5] + [3/9] \neq [2/5 + 3/9]$$

$$[x] - [y] = [x-y] \quad \text{E X) } [2/5] - [3/9] \neq [2/5 - 3/9]$$

$$[xy] = [x][y] \quad \text{E X) } [3 \times 2/5] \neq [3][2/5]$$

$$[ax] = a[x] \quad \text{E X) } [3 \times 2/5] \neq 3[2/5]$$



تست ۱۵: اگر $-\frac{8}{3} \leq x < -\frac{7}{3}$ ، آنگاه حاصل $[3x+1]$ کدام است؟ ([]، علامت جزء صحیح است.)



- (۱) -۸ (۲) -۶ (۳) -۴ (۴) -۷

تست ۱۶: اگر $-2/5 \leq x < -3$ باشد، آنگاه حاصل $[2x-1]$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)



- (۱) -۳ (۲) -۴ (۳) -۶ (۴) -۷

تست ۱۷: اگر $\frac{2}{5} \leq x < \frac{3}{5}$ باشد، آنگاه مقدار $[5x+1]$ کدام است؟ ([] علامت جزء صحیح است.)



- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

تست ۱۸: اگر $f(x) = \begin{cases} -2[x] & , x < -2 \\ 3 & , -2 \leq x \leq 1 \\ \text{sign}(x) & , x > 1 \end{cases}$ باشد، حاصل $f(-\sqrt{5}) + f(\sqrt{5}-1)$ کدام است؟



- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) $2\sqrt{5}+1$ (۴) -۱

تست ۱۹: اگر $-1 < x < 0$ باشد، حاصل عبارت $A = [x^4] + [x^3] + [x^2] + [x]$ کدام است؟



- (۱) صفر (۲) -۱ (۳) -۲ (۴) -۳

تست ۲۰: تابع $f(x) = [x]$ در کدام محدوده زیر یک تابع ثابت است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)



- (۱) $-2 < x \leq -1$ (۲) $-1 < x \leq 0$ (۳) $-1 \leq x < 1$ (۴) $2 \leq x < 3$



سؤال ۲۱: محمد جزء صحیح عددی را به دست آورد و حاصل را با عدد ۲ جمع کرد. اگر او به جواب ۱- رسیده باشد، آن عدد کدام می تواند باشد؟

- (۱) $-1/5$ (۲) $-2/7$ (۳) $-0/4$ (۴) $-3/2$



سؤال ۲۲: مقدار تابع $f(x) = [x] + [-x]$ به ازای $x = -1/2$ کدام است؟ ([] علامت جزء صحیح است.)

- (۱) ۱ (۲) -۲ (۳) صفر (۴) -۱



سؤال ۲۳: حاصل $[2] - [-\frac{\pi}{2}] - [-2/7]$ کدام است؟ ([] علامت جزء صحیح است.)

- (۱) ۱ (۲) -۳ (۳) ۳ (۴) -۱

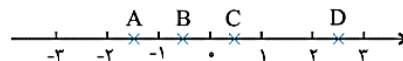


سؤال ۲۴: جزء صحیح عدد x برابر ۳ شده است. محدوده x کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2} \leq x < \sqrt{3}$ (۲) $2/9 \leq x < 3$ (۳) $3 \leq x < 4$ (۴) $2 \leq x < 3$



سؤال ۲۵: در محور زیر، حاصل $\frac{[A] + [B]}{2[C] + [D]}$ کدام است؟ ([]، علامت جزء صحیح است)



- (۱) $-\frac{3}{2}$ (۲) -۲ (۳) $+\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

سؤال ۲۶: به ازای کدام مقدار x دو تابع $f(x) = \text{sign}(x)$ و $g(x) = [x+1]$ مقدار مساوی ندارند؟ ([]، نماد جزء صحیح است)

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$



سؤال ۲۷: اگر $\text{sign}([3x]) = 0$ باشد، x کدام عدد نمی تواند باشد؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) $0/2$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) صفر





نکته: همانطور که در قبل گفته شد داریم:

$$[x] = a \Rightarrow a \leq x < a+1, \quad [x+a] = [x] + a$$

از این دو نکته برای حل معادلات شامل جزء صحیح استفاده می‌کنیم.

مثال: معادله $2[x] - 1 = 8$ را حل کنید.

$$2[x] - 1 = 8 \Rightarrow 2[x] = 1 + 8 \Rightarrow [x] = \frac{9}{2} = 4 \Rightarrow 4 \leq x < 5$$

مثال ۲: جواب معادلات زیر را بیابید.

$$[x+3] + 1 = 4$$

$$3[x] - 2 = 7$$



$$[-x] + 2 = 6$$

$$2[2+x] + 4 = 10$$

$$[x] - 5[x] = 0$$

$$[x] + 2[x] - 3 = 0$$

تست ۲۸: تابع $f(x) = [x]$ در محدوده $-1 \leq x \leq 3$ چند مقدار مختلف دارد؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

۴ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۷ (۱)



مثال ۴: اگر $x = -2/5$ و $y = 0/8$ باشد، حاصل را بیابید.



$$[x+2y] =$$

$$[2y] - 2[y] =$$

$$[z+y] =$$

$$[z] + [y] =$$

$$[x] + [-x] =$$

$$[z-x] =$$

$$[x+y] + [z] =$$

$$[y-2x+z] =$$



مثال ۵: اگر $g(x) = [1-x]$, $f(x) = [4x+1]$ باشد، حاصل را بیابید.



$$g(0/7) =$$

$$f(-1) =$$

$$f(-1) + g(0) =$$

$$f(0/25) + g(2/5) =$$

$$f(0) + g(5) =$$

$$g(\sqrt{2}) - f(\pi) =$$

تمرین ۲۹: اگر $f(x) = [2x] - [x]$ ، حاصل $f(\frac{5}{4}) - f(\frac{2}{3})$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

۴) صفر

۳) ۳

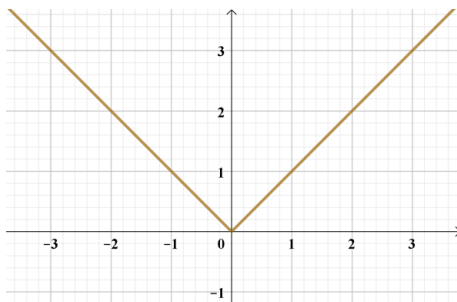
۲) ۲

۱) ۱



تابع قدرمطلق: تابع قدر مطلق به صورت $f(x) = |x|$ نشان داده می‌شود که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$f(x) = |x| = \begin{cases} x & , x \geq 0 \\ -x & , x < 0 \end{cases}$$



واضح است که داریم: $D_f = \mathbb{R}$, $R_f = \{y \in \mathbb{R} \mid y \geq 0\}$

نمودار تابع قدرمطلق $f(x) = |x|$ به صورت روبه‌رو است:

نکته: صورت کلی توابع قدرمطلق، به شکل $f(x) = a|x - \alpha| + \beta$ است که در آن $S = (\alpha, \beta)$ راس تابع است.

نکته: دو حالت زیر برای تابع قدرمطلق اتفاق می‌افتد:

$$a > 0$$

$$S(\alpha, \beta)$$

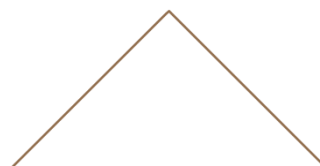
$$\min(f) = \beta$$



$$a < 0$$

$$S(\alpha, \beta)$$

$$\max(f) = \beta$$



مثال ۶: حاصل را بیابید.



$$|2/5| + |-2/5| =$$

$$, \left| \frac{3}{4} \right| + \left| -\frac{1}{4} \right| =$$

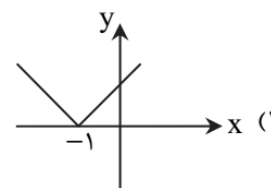
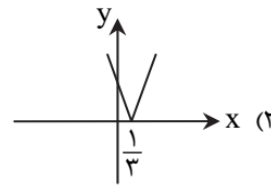
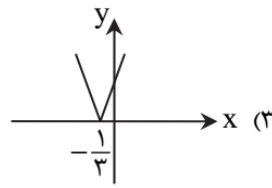
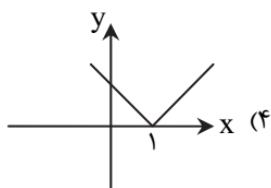
$$-|-4| + |8| =$$

$$, |-3/7| - |-1/3| =$$

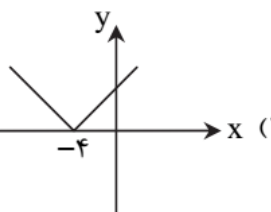
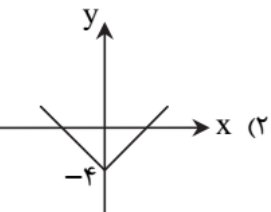
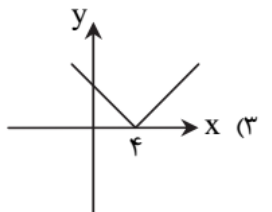
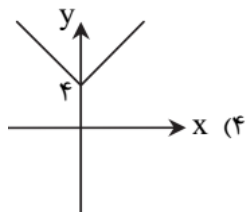
$$\frac{|-1/2 + |-0/2||}{||-|-|-||}$$

$$, \left| \frac{|-|-0/8| + 0/4|}{|-|-0/8| + 0/4|} \right|$$

تست ۳۰: نمودار تابع $y = |3x + 1|$ کدام است؟



تست ۳۱: نمودار تابع $y = |x - 4|$ کدام است؟



مثال ۷: راس و ماکزیمم یا مینیمم توابع زیر را بیابید و به صورت تقریبی رسم کنید.



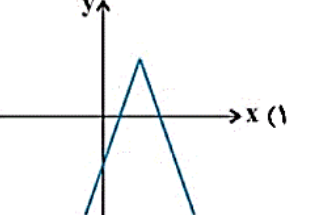
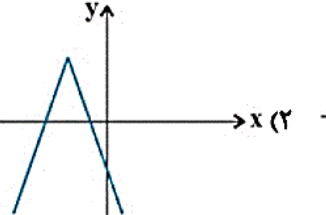
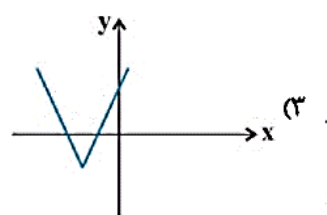
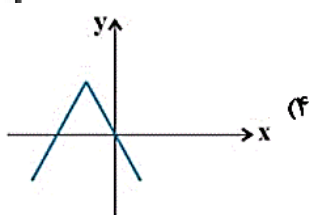
$$y = \sqrt{|x|} + 1$$

$$, y = -|x + 1|$$

$$y = |x + 4| - 1$$

$$, y = 3 - 2|x|$$

تست ۳۲: نمودار تابع $y = -|3x + 6| + 2$ شبیه کدام است؟

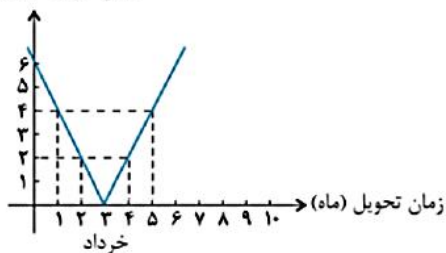


نمودار جریمه برحسب زمان تحویل برای یک پیمانکار راه‌سازی مطابق شکل زیر است. این پیمانکار به ازای هر یک ماه ... مبلغ ...



میلیون تومان جریمه می‌شود.

مبلغ جریمه (میلیون تومان)



(۱) فقط تأخیر - دو (۳) فقط تأخیر - سه

(۲) تأخیر یا تعجیل - سه (۴) تأخیر یا تعجیل - دو



نکته: بر اساس تعریف قدرمطلق یعنی $|u| = \begin{cases} u & , u > 0 \\ -u & , u < 0 \end{cases}$ می‌توانیم توابع قدرمطلق را به

صورت چندضابطه‌ای تبدیل کنیم.

نکته: عبارت داخل قدرمطلق به ازای اعداد بزرگتر از ریشه‌اش مثبت و به ازای اعداد کوچکتر از ریشه‌اش منفی است.

مثال: اگر $1 < x < 2$ ، آنگاه عبارت $y = |x-1| + |x-2|$ را بدون قدرمطلق بنویسید.

$$y = |x-1| + |x-2| \xrightarrow[x < 2]{x > 1} y = (x-1) + (-x+2) = 1$$

مثال: توابع $y = 2|x-1| + 4$ ، $y = 2 - |x|$ ، $y = |5x+2|$ به صورت چند ضابطه‌ای بنویسید.

$$y = 2|x-1| + 4 = \begin{cases} 2(x-1) + 4 & , x \geq 1 \\ -2(x-1) + 4 & , x < 1 \end{cases}, y = 2 - |x| = \begin{cases} 2 - x & , x \geq 0 \\ 2 + x & , x < 0 \end{cases}$$

$$y = |5x+2| = \begin{cases} 5x+2 & , x \geq -\frac{2}{5} \\ -(5x+2) & , x < -\frac{2}{5} \end{cases}$$

در تابع $f(x) = |ax+b|$ ، شیب خط در محدوده $x \geq -\frac{b}{a}$ برابر ۴ است. مقدار مثبت a کدام است؟



۴ (۴)

$\frac{1}{4}$ (۳)

۲ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

تست ۳۵: در تابع $y = |2x - 3|$ مقدار a کدام است؟

(۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) ۳ (۴) -۳

تست ۳۶: در تابع قدرمطلق $f(x) = |ax + b|$ ، اگر ضابطه یکی از خطها $y = -3x + 2$ باشد، ضابطه دیگری کدام است؟

(۱) $y = 3x + 2$ (۲) $y = 3x - 2$ (۳) $y = -3x - 2$ (۴) $y = 2x - 3$

تست ۳۷: اگر $|3x - a| = \begin{cases} 3x - a & x \geq 2 \\ -(3x - a) & x < 2 \end{cases}$ مقدار a کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۶

تست ۳۸: کدام گزینه تابع $f(x) = \begin{cases} 2(x - 3) & x \geq 3 \\ 6 - 2x & x < 3 \end{cases}$ را به صورت یک تابع قدرمطلق بیان می کند؟

(۱) $f(x) = |x - 3|$ (۲) $f(x) = |2x - 6|$ (۳) $f(x) = 2|x + 3|$ (۴) $f(x) = |2x - 3|$

تست ۳۹: با توجه به رابطه زیر که در آن تابع $y = |2x - 6|$ را به صورت یک تابع چندضابطه ای نوشته ایم، $a + b$ کدام است؟

(۱) ۵ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

$$y = |2x - 6| = \begin{cases} ax - 6 & x \geq b \\ -(ax - 6) & x < b \end{cases}$$

تست ۴۰: در کدام گزینه، تابع قدرمطلق به درستی به تابع چند ضابطه ای تبدیل نشده است؟

(۱) $y = |x - 1| = \begin{cases} x - 1 & x > 1 \\ 1 - x & x \leq 1 \end{cases}$ (۲) $y = 3 + |x - 2| = \begin{cases} x + 1 & x \geq 2 \\ 5 - x & x < 2 \end{cases}$

(۳) $y = -|x| + 4 = \begin{cases} 4 - x & x \geq 0 \\ 4 + x & x < 0 \end{cases}$ (۴) $y = -|x + 5| - 3 = \begin{cases} x + 2 & x \geq -5 \\ -x - 8 & x < -5 \end{cases}$



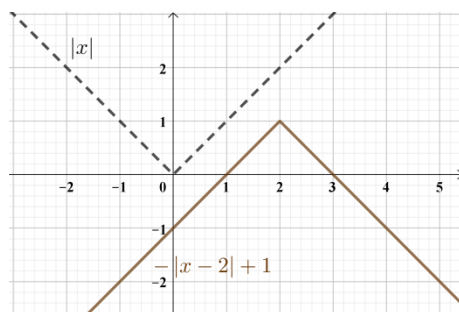
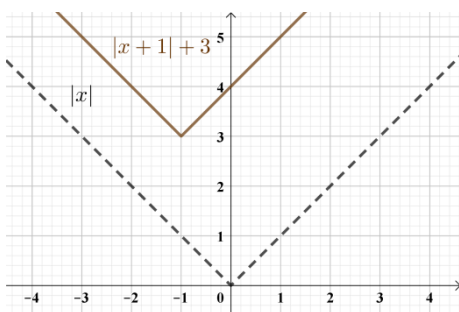
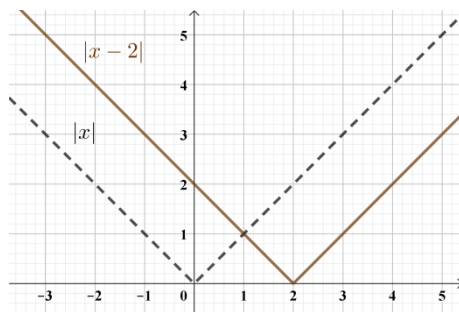
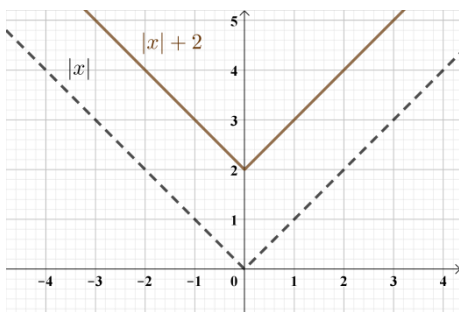


رسم توابع قدرمطلقى: از دو روش زیر را می‌توانیم برای رسم توابع قدرمطلقى استفاده کنیم:

الف) انتقال: در این روش برای رسم $y = |x - \alpha| + \beta$ ، ابتدا تابع $y = |x|$ را رسم می‌کنیم و سپس آنرا به اندازه α واحد به سمت چپ یا راست و به اندازه β واحد به سمت بالا یا پایین منتقل می‌کنیم.

نکته: اگر تابع به صورت $y = -|x - \alpha| + \beta$ باشد، بعد از انتقال تابع را وارون می‌کنیم.

مثال: توابع $y = |x - 2|$ ، $y = |x| + 2$ ، $y = |x + 1| + 3$ ، $y = -|x - 1| + 1$ را رسم کنید.



- علی برای رسم تابع $f(x)$ ابتدا تابع $y = |x|$ را رسم کرد. سپس این نمودار را نسبت به محور x قرینه کرد و به اندازه ۳ واحد بالا برد. ضابطه

تابع $f(x)$ کدام است؟

$f(x) = -|x - 3|$ (۴)

$f(x) = -|x| + 3$ (۳)

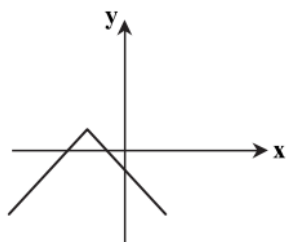
$f(x) = -|x + 3|$ (۲)

$f(x) = -|x| + 3$ (۱)

تست ۴۱:



تست ۴۲: کدام گزینه می‌تواند ضابطه نمودار تابع مقابل باشد؟



(۱) $y = |x + 2| - 1$

(۲) $y = |x - 2| - 1$

(۳) $y = -|x - 2| + 1$

(۴) $y = -|x + 2| + 1$



تست ۴۳: اگر نمودار تابع $f(x)$ را سه واحد به راست ببریم، به نمودار $y = |x|$ می‌رسیم. ضابطه تابع $f(x)$ کدام است؟

(۴) $f(x) = |x| + 3$

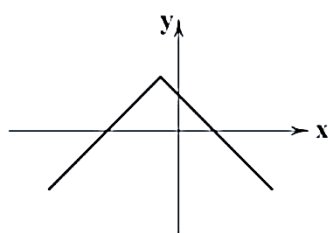
(۳) $f(x) = |x| - 3$

(۲) $f(x) = |x + 3|$

(۱) $f(x) = |x - 3|$



تست ۴۴: نمودار زیر مربوط به کدام تابع است؟



(۱) $y = -|2x - 1| - 2$

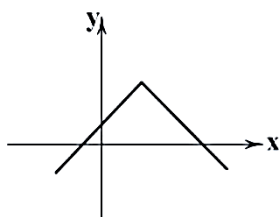
(۲) $y = -|2x + 1| - 2$

(۳) $y = -|x - 1| + 3$

(۴) $y = -|x + 1| + 3$



تست ۴۵: شکل زیر نمودار کدام تابع زیر است؟



(۱) $y = |x - 2| + 3$

(۲) $y = |x + 2| + 3$

(۳) $y = -|x - 2| + 3$

(۴) $y = -|x + 2| + 3$



تست ۴۶: نمودار تابع $y = -|x|$ را چهار واحد به سمت راست و سپس سه واحد به سمت بالا انتقال می‌دهیم. نمودار به دست آمده از کدام ناحیه

نمی‌گذرد؟



(۱) اول

(۲) دوم

(۳) سوم

(۴) چهارم

تست ۴۷: نمودار تابع $y = 1 - |x - 2|$ ، خط $y = 2$ را در چند نقطه قطع می‌کند؟

(۴) بی‌شمار

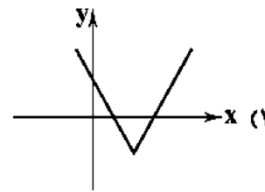
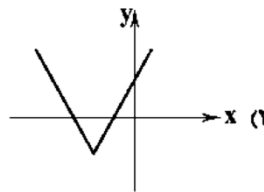
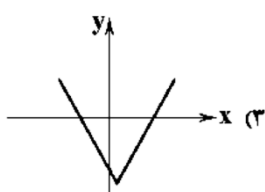
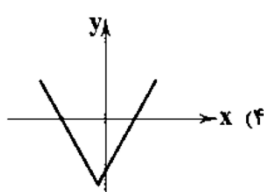
(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر



تست ۴۸: نمودار تابع $y = |2x - 1| - 4$ به کدام صورت است؟





ب) نقطه‌یابی: در این روش برای رسم تابع $y = a|x - \alpha| + \beta$ ، ابتدا راس تابع $S = (\alpha, \beta)$ را بدست می‌آوریم و سپس با در نظر گرفتن دو نقطه کمکی در طرفین راس، تابع را رسم می‌کنیم.

مثال: توابع $y = |3x - 4|$ ، $y = 2|x| + 1$ ، $y = -2|x + 1| + 2$ رسم کنید.

$$y = |3x - 4| \xrightarrow{S = \left(\frac{4}{3}, 0\right)} \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = |3(1) - 4| = |-1| = 1 \\ x = 2 \Rightarrow y = |3(2) - 4| = |2| = 2 \end{cases}$$

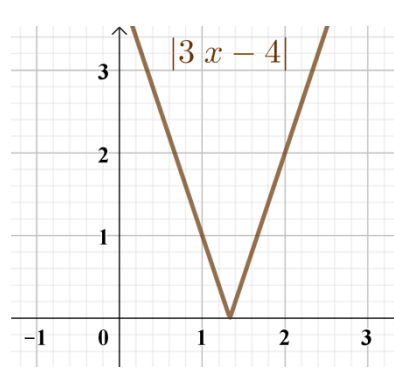
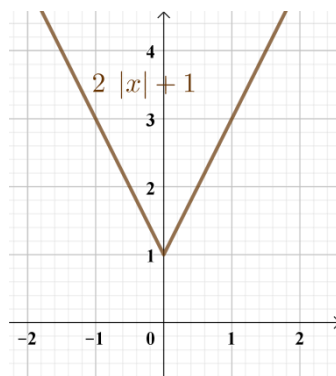
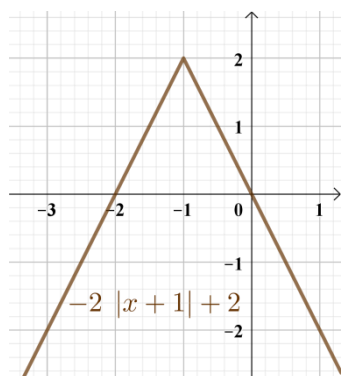
x	1	$\frac{4}{3}$	2
$y = 3x - 4 $	1	0	2

$$y = 2|x| + 1 \xrightarrow{S = (0, 1)} \begin{cases} x = -1 \Rightarrow y = 2|-1| + 1 = 3 \\ x = 1 \Rightarrow y = 2|1| + 1 = 3 \end{cases}$$

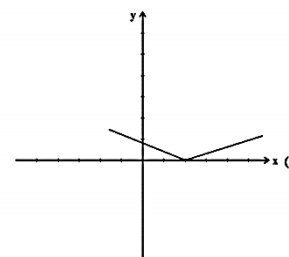
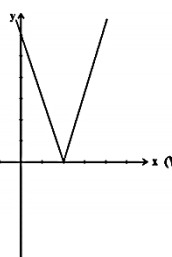
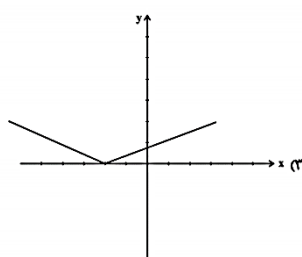
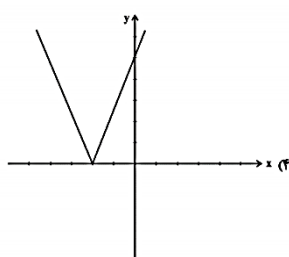
x	-1	0	1
$y = 2 x + 1$	3	1	3

$$y = -2|x + 1| + 2 \xrightarrow{S = (-1, 2)} \begin{cases} x = -2 \Rightarrow y = -2|-2 + 1| + 2 = 0 \\ x = 0 \Rightarrow y = -2|0 + 1| + 2 = 0 \end{cases}$$

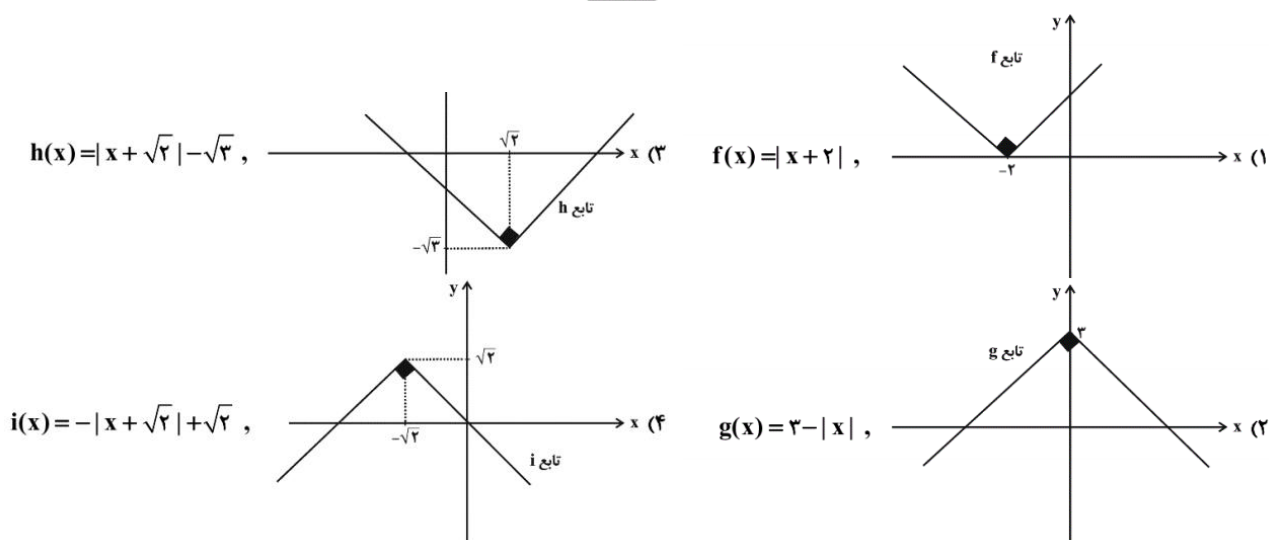
x	-2	-1	0
$y = -2 x + 1 + 2$	0	2	0



تمرین ۴۹: نمودار تابع $f(x) = \left| \frac{x-2}{3} \right|$ کدام گزینه می‌باشد؟



تست ۵۰: در کدام گزینه، نمودار و ضابطه تابع، با هم مطابقت ندارند؟



تست ۵۱: مساحت ناحیه‌ای که نمودار تابع $f(x) = -|x - 3| + 3$ با محور طول‌ها می‌سازد، کدام است؟



- ۱۸ (۱) ۹ (۲) ۶ (۳) ۱۲ (۴)

تست ۵۲: تابع با ضابطه $f(x) = |x - 3| - 2$ ، در نقطه $A(a, b)$ ، تابع $g(x) = x - 1$ را قطع می‌کند. حاصل $a + b$ کدام است؟



- ۱) صفر ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴)

تست ۵۳: مساحت ناحیه‌ی محدود به نمودار تابع $y + |x| = 3$ و محور x ها چقدر است؟



- ۳ (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۹ (۴)



چهار عمل اصلی: چهار عمل اصلی برای توابع دلخواه f و g به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x), \quad (f - g)(x) = f(x) - g(x)$$

$$(f \times g)(x) = f(x) \times g(x), \quad \left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$$

مثال: اگر $f(x) = x + 2$ و $g(x) = x - 2$ باشد:

الف) حاصل $f + g$, $f - g$, g / f را بیابید.

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x) = (x + 2) + (x - 2) = 2x$$

$$(g - f)(x) = g(x) - f(x) = (x - 2) - (x + 2) = -4$$

$$(g / f)(x) = \frac{g(x)}{f(x)} = \frac{x - 2}{x + 2}$$

ب) حاصل $(gf)(4)$, $(f + g)(2)$, $(g - f)(3)$ را بیابید.

$$(gf)(4) = g(4)f(4) = (4 - 2)(4 + 2) = 12$$

$$(f + g)(2) = f(2) + g(2) = (2 + 2) + (2 - 2) = 4$$

$$(g - f)(3) = g(3) - f(3) = (3 - 2) - (3 + 2) = -4$$

نکته: برای یافتن دامنه‌ای توابع از روابط زیر استفاده می‌کنیم:

$$D_{f+g} = D_{f-g} = D_{f \times g} = D_f \cap D_g, \quad D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\}$$

مثال: اگر $f(x) = 2x + 1$ و $g(x) = 1 - \frac{x}{2}$ باشد:

الف) حاصل fg , $f + g$, f / g را بیابید.



ب) حاصل $(gf)(6)$, $(f + g)(4)$, $(f / g)(0)$ را بیابید.



تست ۱: اگر $f(x) = 2x + 1$ و $g(x) = |2x - 6|$ حاصل $(f + g)(x)$ با دامنه $x < 3$ کدام است؟

- ☐ (۱) $4x - 5$
☐ (۲) $x + 5$
☐ (۳) -5
☐ (۴) 7

تست ۲: اگر $f = \{(-3, 1), (1, 2), (2, 0), (3, -1)\}$ و $g = \{(0, 3), (2, 1), (1, 4), (-3, 0)\}$ باشند، آن‌گاه دامنه‌ی تابع $\frac{f}{g}$ شامل چند عضو است؟

- ☐ (۱) صفر
 ☐ (۲) ۱
 ☐ (۳) ۲
 ☐ (۴) ۳

تست ۳: اگر $f(x) = 2x^2 - 1$ حاصل $(f \times f)(2)$ کدام است؟

- ☐ (۱) ۱
 ☐ (۲) ۲
 ☐ (۳) ۷
 ☐ (۴) ۴۹

تست ۴: اگر $f(x) = x + 2$ و $g(x) = x - 2$ حاصل $\frac{(f + g)(x)}{(f - g)(x)}$ کدام است؟

- ☐ (۱) ۱
 ☐ (۲) $\frac{x}{4}$
☐ (۳) $\frac{x}{2}$
☐ (۴) $\frac{2x}{x + 4}$

تست ۵: اگر $f(x) = 2x - 1$ و $g(x) = x - 1$ کدام تابع همانی است؟

- ☐ (۱) $(f + g)(x)$
☐ (۲) $(f \times g)(x)$
☐ (۳) $(f - g)(x)$
☐ (۴) $(\frac{f}{g})(x)$

تست ۶: اگر $f(x) = 2x - 1$ و $g(x) = \sqrt{x}$ مقدار $\frac{(f + g)(4)}{(f - g)(9)}$ کدام است؟

- ☐ (۱) $\frac{9}{14}$
☐ (۲) $\frac{7}{17}$
☐ (۳) -1
☐ (۴) $\frac{4}{9}$



تست ۷: اگر $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 1$ و $g(x) = \frac{6x-3}{x+2}$ باشد، دامنه‌ی تابع $\frac{f}{g}$ شامل چند عدد صحیح نیست؟

۴) صفر

۳) ۳

۲) ۲

۱) ۱



تست ۸: برای دو تابع ثابت f و g داریم $(g+f)(1) = 3$. ضابطه‌ی تابع $y = (f+g)(x)$ کدام است؟

۴) $y = 4$

۳) $y = 3$

۲) $y = 2$

۱) $y = 1$



تست ۹: اگر $f(x) = |2x-1|$ و $g(x) = \sqrt{4x+3}$ باشد، آنگاه حاصل $(f-g)(\frac{1}{4})$ کدام است؟

۴) $-\frac{1}{2}$

۳) $\frac{1}{2}$

۲) $-\frac{3}{2}$

۱) $\frac{3}{2}$



تست ۱۰: اگر $f(x) = x|2-x^2|$ و $g(x) = x\sqrt{x+1}$ باشد، حاصل $(4f-g)(3)$ کدام است؟

۴) ۷۲

۳) ۷۴

۲) ۷۶

۱) ۷۸



نکته: در مثال‌های عددی، ابتدا اشتراک توابع را می‌یابیم و سپس برای x های یکسان، y ها را جمع یا ... می‌کنیم.



مثال: اگر $f = \{(2, 3), (3, -1), (5, -1)\}$ و $g = \{(-1, 2), (2, 0), (3, 3)\}$ باشد، حاصل را بیابید:

$$۱) D_{f+g} = D_f \cap D_g = \{2, 3\}$$

$$۲) f + g = \{(2, 3+0), (3, -1+3)\} = \{(2, 3), (3, 2)\}$$

$$۳) f \div g = \left\{ \left(2, \frac{3}{0} \right), \left(3, \frac{-1}{3} \right) \right\} = \left\{ \left(3, -\frac{1}{3} \right) \right\}$$

$$۴) gf = \{(2, 0 \times 3), (3, 3 \times -1)\} = \{(2, 0), (3, -3)\}$$

سوال ۲: اگر $f = \{(2, 0), (4, -1), (-1, 3)\}$ و $g = \{(2, 5), (3, -1), (-1, 2)\}$ باشد، حاصل را بنویسید:



$$D_f = \{ \quad \quad \quad \}, D_g = \{ \quad \quad \quad \}, D_f \cap D_g = \{ \quad \quad \quad \}$$

$$f + g = \quad \quad \quad , f \times g = \quad \quad \quad$$

$$f - g = \quad \quad \quad , g - f = \quad \quad \quad$$

$$f / g = \quad \quad \quad , g / f = \quad \quad \quad$$

$$f \times f = \quad \quad \quad , g - g = \quad \quad \quad$$

سوال ۱۱: اگر $f = \{(1, 2), (-2, 3), (\frac{1}{2}, 1)\}$ و $g = \{(\frac{1}{2}, 3), (3, -2), (1, 5)\}$ مجموعه D_{f+g} کدام است؟



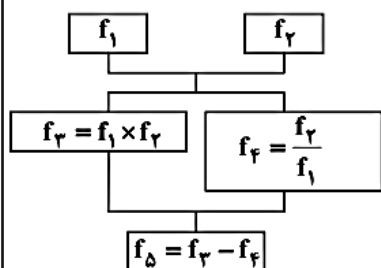
- (۱) $\{\frac{1}{2}, 3, 1, -2\}$ (۲) $\{\frac{1}{2}, 1\}$ (۳) $\{3\}$ (۴) $\{\frac{1}{2}, 3\}$

سوال ۱۲: اگر $f = \{(2, 0), (4, -1), (-1, 3)\}$ و $g = \{(2, 5), (3, -1), (-1, 0)\}$ دامنه تابع $\frac{g}{f}$ کدام است؟



- (۱) $\{2, -1\}$ (۲) $\{2, 3, 4, -1\}$ (۳) $\emptyset$ (۴) $\{-1\}$

سوال ۱۳: اگر $f_1(x) = x - 1$ و $f_2(x) = x + 1$ ، با توجه به درخت روبه‌رو، حاصل $f_5(x)$ به ازای $x = 3$ کدام است؟



(۱) ۸

(۲) ۲

(۳) ۶

(۴) ۴

سوال ۱۴: اگر $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ و $f(x) = 2$ و $g = \{(3, -1), (-2, 2)\}$ تابع $f - g$ کدام است؟



- (۱) $\{(-1, -1), (4, 2)\}$ (۲) $\{(-1, 2), (4, 0)\}$ (۳) $\{(3, 3), (-2, 0)\}$ (۴) $\{(3, -3), (-2, 0)\}$



تست ۱۵:

اگر $f = \{(2, 3), (-1, 4), (1, 2)\}$ ، $g = \{(2, a), (4, -1), (1, 2)\}$ و $\frac{f}{g} = \{(1, 1)\}$ ، آنگاه مقدار a کدام است؟

۴) صفر

۳) -۱

۲) ۲

۱) ۱



تست ۱۶:

اگر $f = \{(2, 3), (3, -1), (4, 2)\}$ و $f + g = \{(2, 5), (4, 3)\}$ ، تابع $f - g$ کدام است؟

۲) $\{(2, 5), (4, 3)\}$

۱) $\{(2, -2), (4, -1)\}$

۴) $\{(2, 1), (4, 1)\}$

۳) $\{(2, 1), (4, 1), (3, -1)\}$



تست ۱۷:

اگر $f = \{(3, -1), (2, a)\}$ ، $g = \{(2, -1), (4, a+1)\}$ و $(f + g)(b) = 3$ ، آنگاه $a + b$ کدام است؟

۴) ۴

۳) ۵

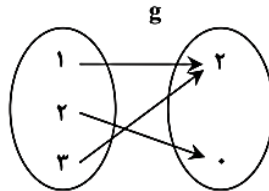
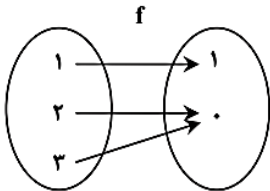
۲) ۶

۱) ۱



تست ۱۸:

اگر دو تابع f و g به صورت زیر داده شده باشد، تابع $\frac{g}{f}$ کدام است؟



۲) $\frac{g}{f} = \{(1, 2)\}$

۱) $\frac{g}{f} = \{(1, \frac{1}{2})\}$

۳) $\frac{g}{f} = \{(1, 2), (2, 0), (3, 0)\}$

۴) $\frac{g}{f} = \{(1, \frac{1}{2}), (2, 0), (3, 0)\}$



تست ۱۹:

تابع $f(x) = [x]$ با دامنه $1 < x < 2$ و تابع $g(x) = |x|$ با دامنه $-1 \leq x \leq 1$ مفروض است. تابع $(f + g)(x)$ کدام است؟ ([] علامت جزء صحیح است.)

۲) $(f + g)(x) = 2$ با دامنه $x = 1$

۱) $(f + g)(x) = [x] + |x|$ با دامنه $-1 \leq x < 2$

۴) $(f + g)(x) = 0$ با دامنه $x = 1$

۳) $(f + g)(x) = [x] + |x|$ با دامنه $1 \leq x < 2$



تست ۲۰:

اگر $f = \{(3, 4), (-2, 3), (1, -5), (4, 2)\}$ باشد، آنگاه کدام زوج مرتب زیر عضو تابع f^2 است؟

- (۱) $(4, 9)$ (۲) $(4, 4)$ (۳) $(9, 16)$ (۴) $(9, 4)$



تست ۲۱:

اگر $f = \{(2, 4), (0, 1), (-1, 3)\}$ و $g = \{(3, 4), (-1, 2), (2, 0)\}$ دو تابع باشد، کدام زوج مرتب زیر متعلق به تابع $\frac{g-f}{2f}$ است؟

- (۱) $(1, -\frac{1}{6})$ (۲) $(-1, \frac{1}{6})$ (۳) $(2, -\frac{1}{4})$ (۴) $(-2, \frac{1}{4})$



تست ۲۲:

اگر $f = \{(-1, 0), (0, \frac{1}{2}), (1, -1), (2, 1)\}$ و $g(x) = \frac{|x-1|}{x+1}$ باشند، تابع $\frac{2f}{g}$ کدام است؟

- (۱) $\{(0, -1), (2, \frac{2}{3}), (1, 0)\}$ (۲) $\{(0, 1), (2, 6), (1, 0)\}$
(۳) $\{(0, 1), (2, 6)\}$ (۴) $\{(0, -1), (2, \frac{2}{3})\}$





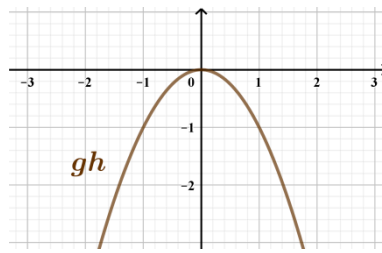
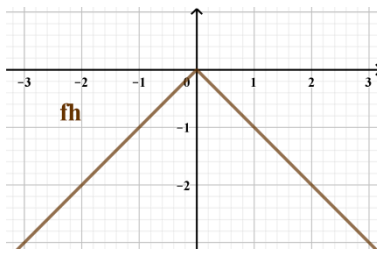
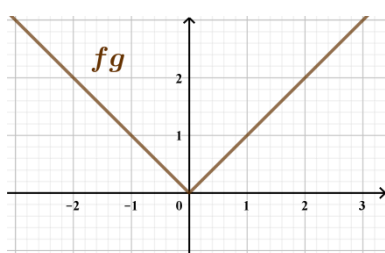
حل چند مثال به کمک رسم:

مثال: اگر $f(x) = \text{sign}(x)$ و $g(x) = x$ و $h(x) = -x$ باشد، ضابطی توابع gh, fg, fh را بیابید و نمودار آن‌ها را رسم کنید.

$$(fg)(x) = f(x)g(x) = \begin{cases} +1x & , x > 0 \\ \cdot x & , x = 0 \\ -1x & , x < 0 \end{cases} = \begin{cases} x & , x > 0 \\ \cdot & , x = 0 \\ -x & , x < 0 \end{cases}$$

$$(fh)(x) = f(x)h(x) = \begin{cases} +1(-x) & , x > 0 \\ \cdot(-x) & , x = 0 \\ -1(-x) & , x < 0 \end{cases} = \begin{cases} -x & , x > 0 \\ \cdot & , x = 0 \\ +x & , x < 0 \end{cases}$$

$$(gh)(x) = g(x)h(x) = -x^2$$



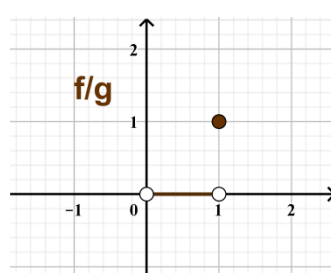
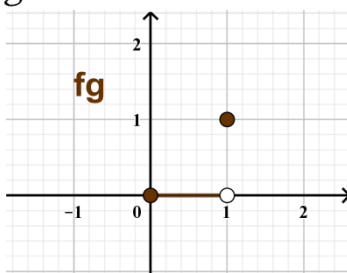
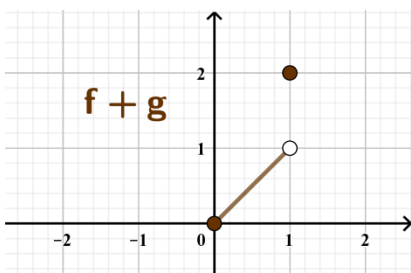
نکته: در مسایل ترسیمی که دامنه‌ای برای توابع داده شده در نظر گرفته شده باشد، با توجه به رابطه‌های بیان شده برای دامنه در اول همین درس، به حل آن‌ها می‌پردازیم.

مثال: اگر $f(x) = [x]$, $0 \leq x < 2$ و $g(x) = x$, $-1 \leq x \leq 1$ باشد، آنگاه ضابطی توابع زیر را بیابید و نمودار آن‌ها را رسم کنید.

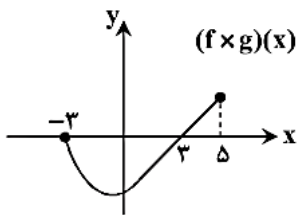
$$(f+g)(x) = f(x) + g(x) = [x] + x, \quad D_{f+g} = D_f \cap D_g = \{x | 0 \leq x \leq 1\}$$

$$(fg)(x) = f(x)g(x) = ([x])(x) = x[x], \quad D_{fg} = D_f \cap D_g = \{x | 0 \leq x \leq 1\}$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{[x]}{x}, \quad D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x | g(x) = 0\} = \{x | 0 < x \leq 1\}$$



تست ۲۳: اگر f و g دو تابع باشند و نمودار $(f \times g)(x)$ به صورت مقابل باشد، دامنه تابع $f(x)$ کدام محدوده می تواند باشد؟



(۱) $-5 \leq x \leq 7$

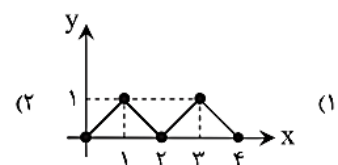
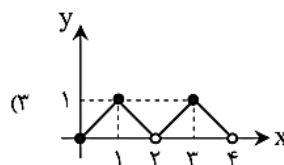
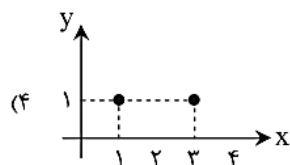
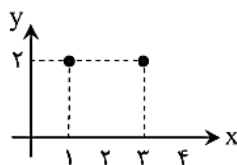
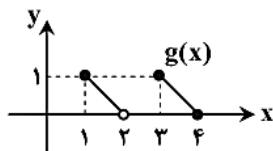
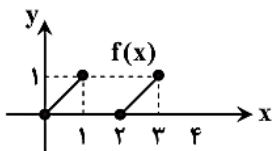
(۲) $3 \leq x \leq 5$

(۳) $-3 \leq x \leq 3$

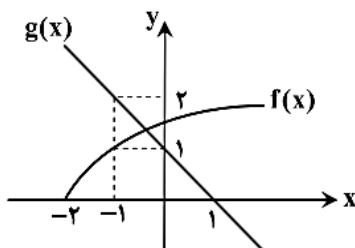
(۴) $-5 \leq x \leq 3$



تست ۲۴: اگر نمودارهای توابع $f(x)$ و $g(x)$ به صورت زیر باشند، نمودار $(f + g)(x)$ کدام است؟



تست ۲۵: اگر نمودار توابع $f(x)$ و $g(x)$ به صورت روبه رو باشد، $(f \times g)(-1)$ کدام است؟



(۱) ۱

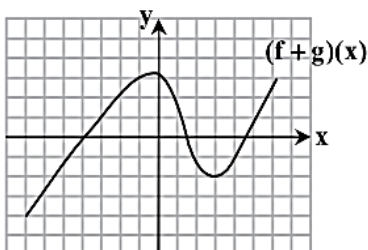
(۲) ۲

(۳) -۱

(۴) -۲



تست ۲۶: اگر f و g دو تابع باشند و نمودار تابع $(f + g)(x)$ به صورت روبه رو باشد، حاصل $f(3) + g(3)$ کدام است؟



(۱) -۱

(۲) -۲

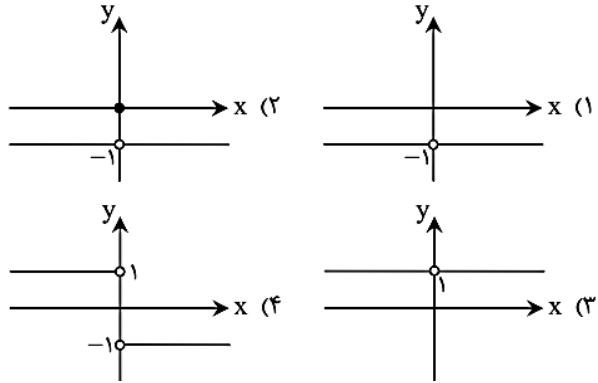
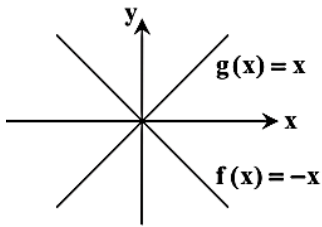
(۳) صفر

(۴) -۴



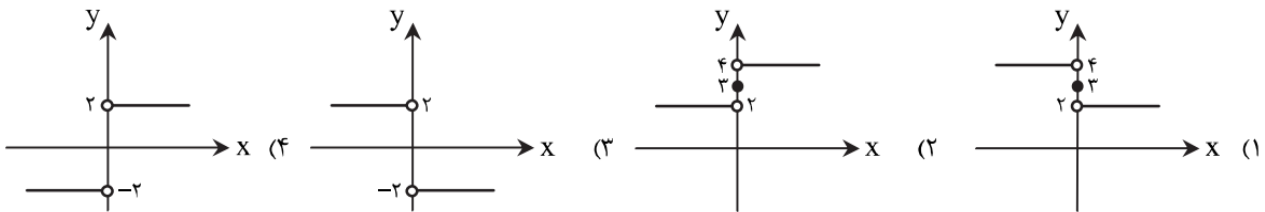
تست ۲۷:

نمودار توابع $f(x)$ و $g(x)$ به صورت مقابل است. نمودار $(\frac{f}{g})(x)$ کدام است؟



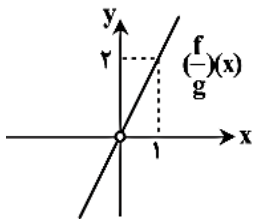
تست ۲۸:

اگر $\begin{cases} f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = 3 \end{cases}$ و تابع $g(x)$ تابع علامت $(\text{sign}(x))$ باشد، نمودار $(f-g)(x)$ کدام است؟



تست ۲۹:

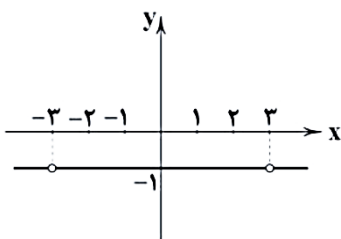
اگر $f(x) = x^2$ و نمودار تابع $(\frac{f}{g})(x)$ به صورت مقابل باشد، ضابطه تابع $g(x)$ کدام است؟



- (۱) $\frac{2}{x}$
- (۲) $2x$
- (۳) $\frac{x}{2}$
- (۴) x

تست ۳۰:

اگر $f(x) = x^2 - 9$ و نمودار تابع $(\frac{g}{f})(x)$ به صورت زیر باشد، ضابطه تابع $g(x)$ کدام است؟



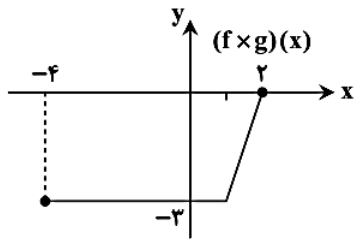
- (۱) $g(x) = \frac{1}{9-x^2}$
- (۲) $g(x) = \frac{1}{x^2-1}$
- (۳) $g(x) = 1-x^2$
- (۴) $g(x) = 9-x^2$



تست ۳۱:

$f(x)$ و $g(x)$ دو تابع هستند و نمودار تابع $(f \times g)(x)$ مطابق شکل، محور x ها را در $x = 2$ قطع کرده است. اگر $f(2) \neq 0$ ، دامنه

$(\frac{f}{g})(x)$ کدام محدوده است؟



(۱) $-4 \leq x \leq 2$

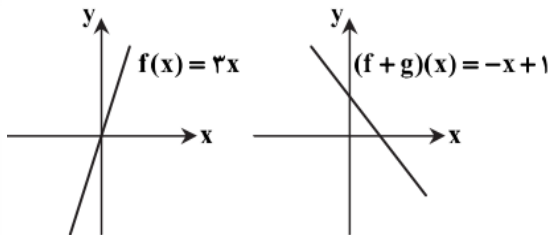
(۲) $-3 \leq x \leq 0$

(۳) $-3 \leq x < 0$

(۴) $-4 \leq x < 2$

تست ۳۲:

اگر نمودارهای دو تابع $f(x)$ و $(f + g)(x)$ به صورت مقابل باشند، $g(5)$ کدام است؟



(۱) -14

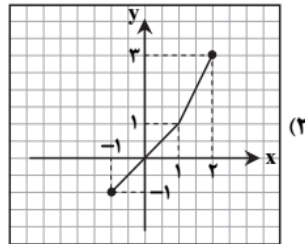
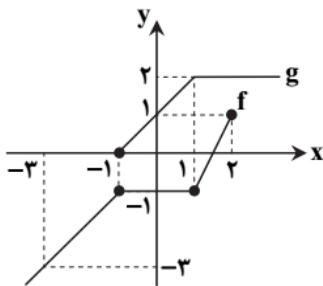
(۲) -4

(۳) -19

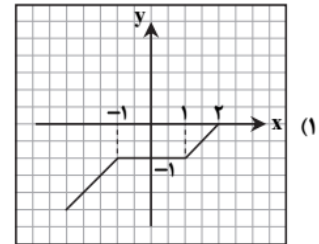
(۴) -9

تست ۳۳:

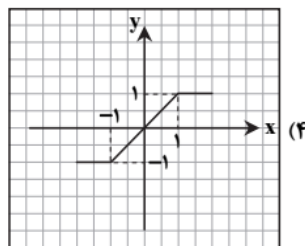
نمودار دو تابع f و g در شکل زیر رسم شده است. نمودار $f + g$ در کدام گزینه آمده است؟



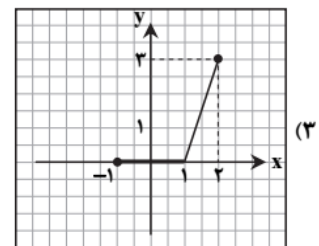
(۲)



(۱)



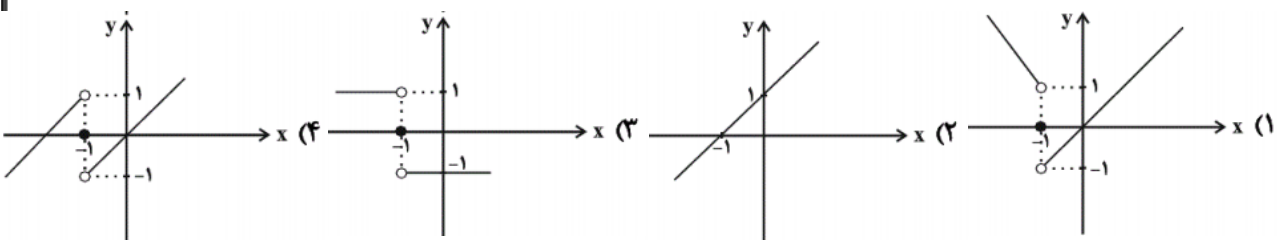
(۴)



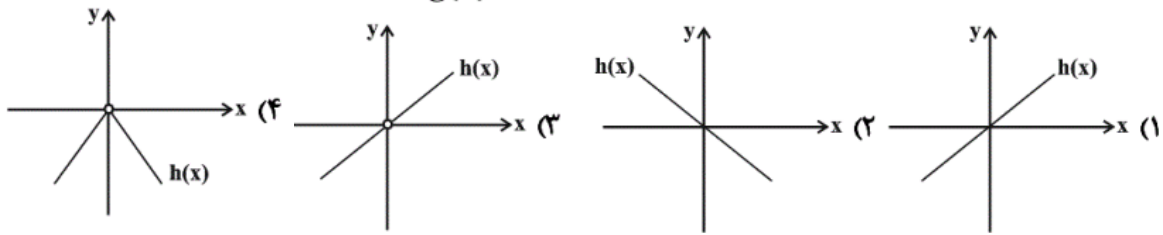
(۳)

تست ۳۴:

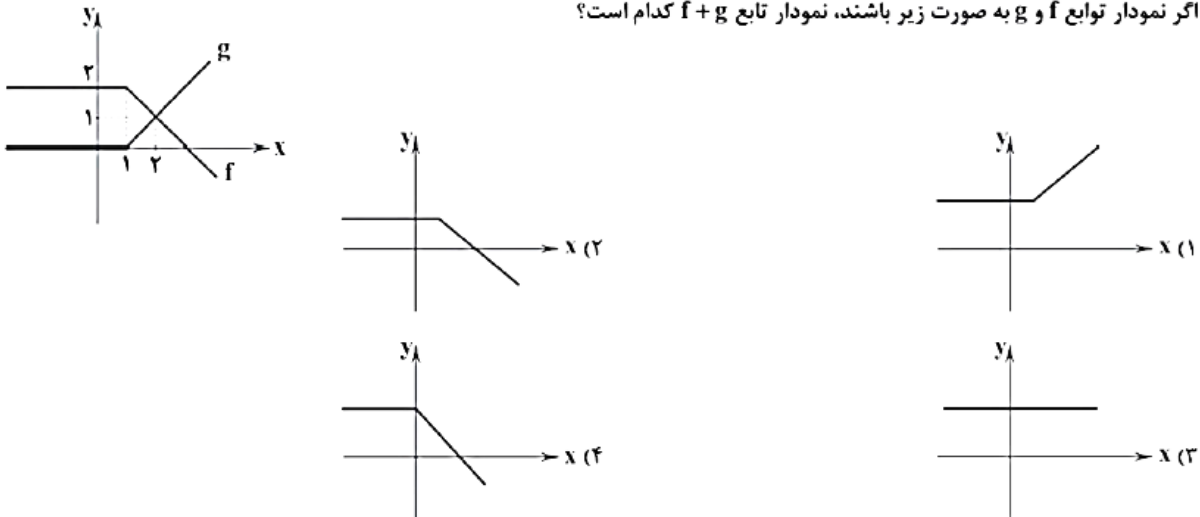
نمودار تابع $f(x) = x \text{sign}(x+1)$ کدام گزینه می باشد؟



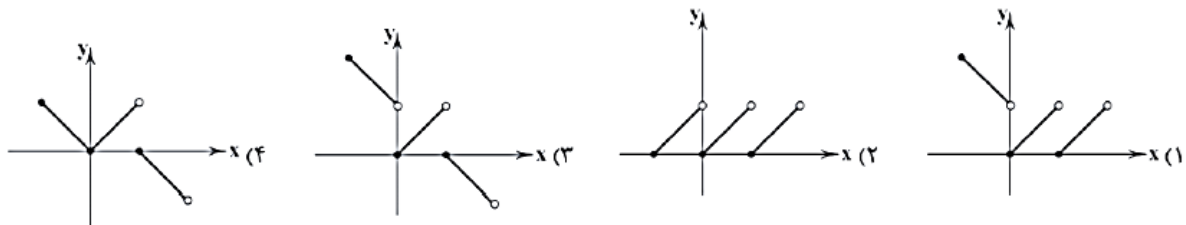
تست ۳۵: اگر $f(x) = |x|$ و $g(x) = \text{sign}(x)$ در این صورت نمودار تابع $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ کدام است؟



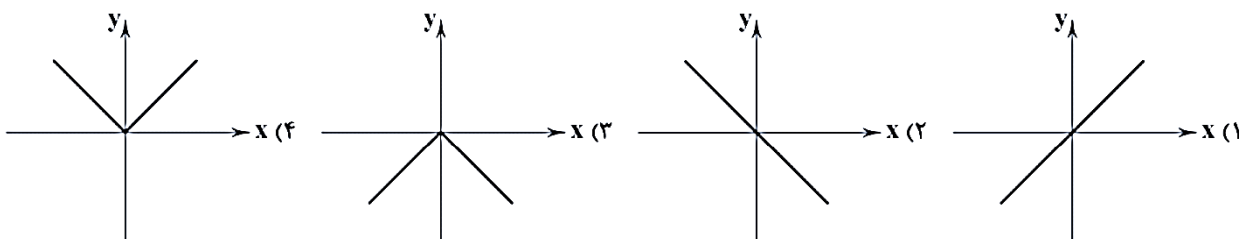
تست ۳۶: اگر نمودار توابع f و g به صورت زیر باشند، نمودار تابع $f + g$ کدام است؟



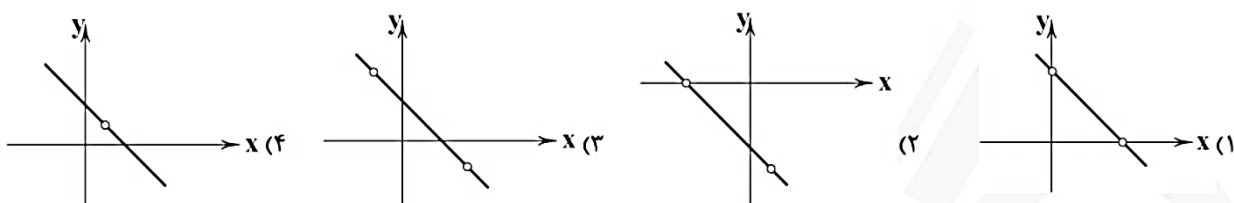
تست ۳۷: نمودار تابع $f(x) = |x| - |x|$ با دامنه $-1 \leq x < 2$ کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)



تست ۳۸: اگر $f(x) = |x|$ و $g(x) = \text{sign} x$ باشند، نمودار $(f \cdot g)(x)$ کدام است؟



تست ۳۹: اگر $f(x) = x^2 - 2x^2 - x + 2$ و $g(x) = 2 + x - x^2$ باشند، نمودار $\frac{f}{g}$ کدام است؟





تعریف شاخص: شاخص یک معیار آماری است که تغییرات نسبی در جامعه آماری را نشان می‌دهد. مانند شاخص خط فقر که درآمد افرادی را که حداقل درآمد برای زندگی را ندارند، مشخص می‌کند.

نکته: اعداد شاخص اطلاع دهنده، پیش بینی کننده و ارزیابی کننده هستند.

نکته: شاخص‌ها نه تنها متغیرهای داده‌ها را خلاصه می‌کنند، بلکه واقعیت‌های مفیدی را از جامعه به سادگی به ما نشان داده و امکان مقایسه را فراهم می‌کنند.



تعریف خط فقر: به حداقل درآمدی که برای زندگی یک نفر در یک ماه مورد نیاز است، خط فقر می‌گوییم.

نکته: خط فقر برابر است با نصف میانگین یا نصف میانه درآمد ماهیانه افراد جامعه.

نکته: در جوامعی که اختلاف درآمد افراد زیاد باشد، برای تعیین خط فقر بهتر است از روش نصف میانه استفاده کنیم.

نکته: خط فقر بین المللی چون امکان مقایسه کشورها را فراهم می‌کند، نسبت به خط فقر داخلی مزیت دارد.



درآمد ماهانه ۴ خانواده به صورت زیر است. در این جامعه ۴ خانواری، اگر خط فقر با استفاده از میانگین محاسبه شود، دولت ماهانه چقدر باید به

خانواده افراد زیر خط فقر یارانه بپردازد تا درآمد افراد زیر خط فقر به خط فقر برسد؟

ردیف	درآمد ماهانه (میلیون تومان)	تعداد اعضای خانوار
۱	۲	۴
۲	۱/۴	۷
۳	۲/۲	۲
۴	۲/۴	۳

(۱) ۲ میلیون و صد هزار تومان (۳) ۱۰۰ هزار تومان

(۲) ۵۰۰ هزار تومان (۴) ۳۵۰ هزار تومان



در یک جامعه آماری درآمد ماهانه‌ی افراد به صورت ۱۲۵، ۲۴۵، ۳۸۰، ۲۳۵، ۲۶۰، ۳۸۵، ۴۰۵، ۲۸۰، ۱۹۰، ۱۲۰ و ۴۵۰ واحد پولی می‌باشد. به

روش نصف میانه، چند نفر در این جامعه زیر خط فقر قرار می‌گیرند؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴



اگر درآمد افراد یک جامعه آماری مورد بررسی به صورت ۴/۵، ۳، ۲، ۱/۵، ۵، ۳/۵، ۴، ۲ و ۶ برحسب میلیون تومان باشد، تفاوت مقدار

عددی خط فقر در دو روش کدام است؟

(۱) ۱/۷۵ (۲) ۰/۵ (۳) ۰/۲۵ (۴) صفر



تست ۴: فرض کنید خط فقر در کشور ۶۰۰ هزار تومان باشد. اگر درآمد یک خانواده ۴ نفره دو میلیون و دویست هزار تومان باشد، به این خانواده چقدر یارانه تعلق بگیرد که از خط فقر عبور کند؟

- (۱) ۲۰ هزار تومان (۲) ۱۰۰ هزار تومان (۳) ۵۰ هزار تومان (۴) ۹۰ هزار تومان

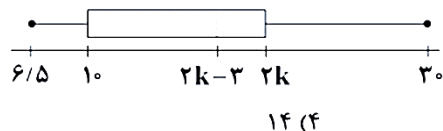
تست ۵: اگر به درآمد همه افراد یک جامعه یک میلیون تومان اضافه شود، خط فقر بر اساس روش نصف میانگین چه تغییری می کند؟

(۱) تغییری نمی کند. (۲) یک میلیون تومان اضافه می شود. (۳) ۵۰۰ هزار تومان اضافه می شود. (۴) ۵۰۰ هزار تومان کم می شود.

تست ۶: در یک جامعه ۱۰۰ نفره قرار است به ۵۰ نفر که زیر خط فقر (بر اساس نصف میانگین درآمد) آن جامعه قرار دارند، مبلغ ۱۰۰,۰۰۰ تومان یارانه پرداخت شود. خط فقر (بر اساس نصف میانگین) بعد از پرداخت یارانه چه تغییری می کند؟

(۱) ثابت می ماند. (۲) ۲۵,۰۰۰ تومان افزایش می یابد. (۳) ۵۰,۰۰۰ تومان افزایش می یابد. (۴) ۱۰۰,۰۰۰ تومان افزایش می یابد.

تست ۷: نمودار جعبه ای زیر مربوط به درآمد ماهانه افراد یک جامعه آماری است. اگر دامنه ی میان چارکی برابر ۱۱ باشد، خط فقر برحسب میلیون ریال چقدر است؟



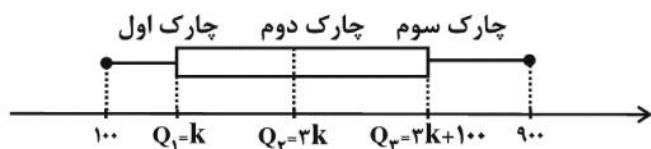
۱۴ (۴)

۱۳ (۳)

۱۰ (۲)

۹ (۱)

تست ۸: نمودار جعبه ای درآمد افراد جامعه ای به شکل زیر است. خط فقر به کمک میانه در این جامعه ۳۰۰ هزار تومان در ماه به ازای هر نفر تعیین شده است. مقدار دامنه ی میان چارکی درآمد افراد کدام است؟ (اعداد نمودار برحسب هزار تومان هستند.)



۶۰۰ هزار تومان (۳)

۳۰۰ هزار تومان (۱)

۴۵۰ هزار تومان (۴)

۵۰۰ هزار تومان (۲)

تست ۹:

با توجه به جدول زیر خط فقر برحسب میانه چند هزار تومان است؟

درآمد ماهیانه خانواده (هزار تومان)	تعداد اعضای خانوار
۴۰۰۰	۴
۳۶۰۰	۲
۲۴۰۰	۲
۱۸۰۰	۱
۷۰۰	۱

- (۱) ۵۰۰
(۲) ۵۵۰
(۳) ۶۰۰
(۴) ۶۵۰



تست ۱۰:

- اگر خط فقر را بر اساس نصف میانه محاسبه کنیم، خط فقر در خانواده‌هایی که حقوق ماهیانه آن‌ها در جدول مقابل آمده است کدام است؟

ردیف	درآمد ماهیانه (هزار تومان)	تعداد اعضای خانوار
۱	۱۲۰۰	۳
۲	۳۰۰۰	۴
۳	۸۰۰	۲
۴	۱۰۰۰	۱

- (۱) ۵۷۵
(۲) ۲۷۸/۶
(۳) ۲۸۷/۵
(۴) ۵۵۰



تست ۱۱:

مدیر یک شرکت می‌خواهد به کارمندانی که حقوق آن‌ها زیر خط فقر درآمد همان شرکت است، پاداش بدهد. او می‌خواهد خط فقر را طوری محاسبه کند که به تعداد نفرات کمتری پاداش بدهد. اگر جدول مقابل درآمد کارمندان این شرکت باشد، او باید از کدام شاخص مرکزی برای محاسبه خط فقر استفاده کند و به چند نفر پاداش پرداخت کند؟

سمت	درآمد به میلیون تومان
معاون	۱۴
دفتردار	۳
معاون مالی	۴
حسابدار	۳
آبدارچی	۱/۳
مدیر فروش	۳/۵
منشی	۱/۹
سرایدار	۱/۳

- (۱) میانگین - ۲
(۲) میانگین - ۳
(۳) میانه - ۲
(۴) میانه - ۳



تست ۱۲:

در دو جامعه آماری درآمد افراد به صورت زیر است. اگر خط فقر به روش نصف میانگین در جامعه دوم، دو برابر خط فقر به روش نصف میانه در جامعه اول باشد، مقدار k کدام است؟

۲، ۳، ۵، ۱، ۲: جامعه اول

۳/۵، ۶، ۲k، ۵/۵، ۵: جامعه دوم

(اعداد برحسب میلیون تومان هستند.)

- (۱) ۲ (۲) ۲/۵ (۳) ۳ (۴) ۳/۵





تست ۱۳: یک خانوادۀ چهارنفره در یکی از شهرها به طور متوسط ماهیانه دو میلیون و هشتصد هزار تومان درآمد دارد. اگر خط فقر در این شهر برای هر نفر هشتصد هزار تومان باشد، حداقل چه مقدار یارانه، ماهانه به هر یک از اعضای این خانواده تعلق گیرد تا هیچ‌کدام از اعضای خانواده زیر خط فقر قرار نگیرند؟

- (۱) ۵۰۰۰۰ تومان
(۲) ۸۰۰۰۰ تومان
(۳) ۱۰۰۰۰۰ تومان
(۴) ۱۵۰۰۰۰ تومان



تست ۱۴: اگر به درآمد همۀ افراد یک جامعه ۶ میلیون ریال اضافه شود، خط فقر به روش نصف میانگین چه تغییری می‌کند؟

(۱) ۶ میلیون ریال افزایش می‌یابد.
(۲) ۳ میلیون ریال افزایش می‌یابد.
(۳) ۳ میلیون ریال کاهش می‌یابد.
(۴) تغییر نمی‌کند.



تست ۱۵: اگر درآمد کارمندان یک اداره ۷، ۵، ۳/۵، ۳، ۲/۵، ۲، ۱، ۱ میلیون تومان باشد، با توجه به روش نصف میانگین، حقوق چند نفر از آن‌ها زیر خط فقر می‌باشد؟

- (۱) ۲
(۲) ۴
(۳) ۵
(۴) ۶



تست ۱۶: در جامعۀی درآمد افراد (به ترتیب) به صورت ۶/۵، ۶، ۵/۲، x، ۴/۸، ۳/۵ میلیون تومان است. اگر خط فقر به روش نصف میانه و نصف میانگین با هم برابر باشد، مقدار x کدام است؟

- (۱) ۵/۳
(۲) ۵/۲
(۳) ۵/۱
(۴) ۵



تست ۱۷: براساس جدول زیر، خط فقر به روش میانه کدام است؟

- (۱) ۴۲۵ دلار
(۲) ۴۵۰ دلار
(۳) ۴۷۵ دلار
(۴) ۵۰۰ دلار

درآمد خانواده (دلار)	تعداد اعضای خانواده
۳۰۰۰	۳
۱۸۰۰	۲
۳۸۰۰	۴
۱۵۰۰	۲
۸۰۰	۱



تعریف شاخص بهای کالاها و خدمات مصرفی: متوسط مبلغ پرداخت شده از سوی مصرف کنندگان برای مجموعی از تعداد زیادی کالا و خدمت در طول یک سال است. این شاخص تحولات قیمت را بر مبنای یک سال پایه نشان می‌دهد و برای انجام تصمیم‌گیری‌ها اهمیت بالایی دارد.

نکته: افزایش شاخص بهای کالاها و خدمات نشان دهنده افزایش یافتن هزینه‌های زندگی است.

نکته: برای محاسبه شاخص بهای کالاها و خدمات مصرفی از رابطی زیر استفاده می‌کنیم:

$$\text{شاخص بهای کالاها و خدمات} = \frac{\text{هزینه خدمات و کالا در سال مورد نظر}}{\text{هزینه خدمات و کالا در سال پایه}} \times 100$$

مثال: اگر سبد هزینه خانواری در سال پایه از دو کالای نان و گوشت تشکیل شده باشد و قیمت این دو کالا در سال پایه به ترتیب ۱۰۰۰ و ۵۰۰۰۰ ریال باشد و در سال مورد نظر به ۱۵۰۰ و ۷۰۰۰۰۰ ریال برسد و با فرض آنکه مقادیر مصرفی نان و گوشت در سال پایه به ترتیب معادل ۲۰۰ و ۸۰ کیلوگرم باشد، شاخص بهای کالاها و خدمات مصرفی را برای این دو کالا بیابید.

$$x = \left(\frac{1500 \times 200 + 700000 \times 80}{1000 \times 200 + 50000 \times 80} \right) \times 100 = 140.5 \times 100 = 14050$$



اگر سبد هزینه خانواری در سال پایه از دو کالای نان و گوشت تشکیل شده باشد و قیمت این دو کالا در سال پایه به ترتیب ۲۰ و ۶۰۰ واحد پولی و در سال مورد نظر به ترتیب به ۴۰ و ۳۰۰۰ واحد پولی برسد و با فرض آنکه مقادیر مصرفی نان و گوشت در سال پایه به ترتیب ۳۰۰ و ۵۰ کیلوگرم باشد، شاخص بهای نان و گوشت کدام است؟

۴۴۰ (۲)

۴۵۰ (۱)

۴۲۰ (۴)

۴۳۰ (۳)

تست ۱۹:

اگر سبد هزینه‌ی خانواده‌ای در سال پایه از دو کالای گوشت و نان تشکیل شده باشد و قیمت هر کیلو از این دو کالا به ترتیب در سال پایه ۳۰۰۰ و ۴۰۰۰ تومان و در سال ۹۶ به ۶۰۰۰۰ و ۶۰۰۰ تومان برسد، با فرض آن‌که مقدار مصرف گوشت و نان به ترتیب ۲۰ و ۱۲۰ کیلوگرم باشد، شاخص بهای گوشت و نان در سبد این خانواده چقدر است؟



۲/۱ (۴)

۱/۷ (۳)

۱/۶ (۲)

۱/۵ (۱)

کتابخانه داریم:



هزینه خدمات و کالا در سال مورد نظر

شاخص بهای کالاها و خدمات در سال مورد نظر

=

هزینه خدمات و کالا در سال پایه

شاخص بهای کالاها و خدمات در سال پایه

مثال ۲: اگر شاخص بهای نان در سال ۸۹ برابر ۱۵۰ و متوسط قیمت نان در سال پایه ۴۰۰ تومان باشد، قیمت نان در سال ۸۹ را بیابید.



مثال ۳: اگر شاخص بهای گوشت در سال ۹۳ برابر ۳۰۰ و متوسط قیمت نان در سال ۹۳ برابر ۴۵۰۰۰ تومان باشد، قیمت این کالا در سال

پایه را بیابید.





تعریف تورم: یکی از مهمترین و سادهترین مفاهیم آماری است که در زندگی تکتک افراد جامعه موثر است. تغییر متوسط قیمت کالاها و خدمات در طول زمان را تورم می‌نامند.

نکته: برای محاسبه تورم از رابطی زیر استفاده می‌کنیم:

شاخص بهای کالاها و خدمات در سال پایه - شاخص بهای کالاها و خدمات در سال مورد نظر
= تورم

شاخص بهای کالاها و خدمات در سال پایه

نکته: برای محاسبه تورم بعد از ساده سازی رابطی بالا، رابطی زیر بدست می‌آید.

هزینه خدمات و کالا در سال پایه - هزینه خدمات و کالا در سال مورد نظر
= تورم

هزینه خدمات و کالا در سال پایه

سوال ۲۰: در سال ۹۰ (پایه) اگر شاخص مسکن برابر ۱۰۰ و هزینه مسکن در هر ماه به‌طور متوسط ۱/۵ میلیون تومان باشد، برای آنکه شاخص مسکن در سال ۹۶ برابر ۱۵۰ باشد، هزینه مسکن در هر ماه به‌طور متوسط چند درصد اضافه شده است؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۳۰ (۳) ۴۰ (۴) ۵۰

سوال ۲۱: اگر هزینه پوشاک و کفش در سال ۹۰ (پایه) ۱۵۰ هزار تومان بوده و شاخص این اجناس در سال‌های ۹۳ و ۹۶ به‌ترتیب برابر با ۲۴۰ و ۳۲۰ باشد، اختلاف هزینه این کالا در سال‌های ۹۳ و ۹۶ کدام است؟

- (۱) ۱۲۰۰۰۰ تومان (۲) ۳۰۰۰۰۰ تومان (۳) ۲۴۰۰۰۰ تومان (۴) ۶۰۰۰۰ تومان

سوال ۲۲: تورم قیمت کالایی بین سال‌های ۹۴ تا ۹۷ برابر ۶۰ درصد و شاخص بهای این کالا در سال جدید (سال ۹۷) برابر ۵۲ باشد، شاخص بهای کالا در سال ۹۴ کدام است؟

- (۱) ۲۶/۵ (۲) ۲۸ (۳) ۳۲/۵ (۴) ۳۴

سوال ۲۳: اگر تورم قیمت نان بین سال‌های ۹۰ تا ۹۶ برابر ۸۰ درصد بوده باشد، شاخص بهای نان در سال ۹۶ کدام است؟ (سال ۹۰ سال پایه است).

- (۱) ۲۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۱۲۰ (۴) ۱۸۰

سوال ۲۴: شاخص پوسیدگی دندان در سال ۱۳۶۰ برابر ۳ بوده و در سال ۱۳۹۵ برابر ۶ شده است. شاخص در سال ۱۳۹۵ نسبت به سال ۱۳۶۰ چند درصد افزایش داشته است؟

- (۱) ۱۰۰٪ (۲) ۲۰۰٪ (۳) ۵۰٪ (۴) ۱۵۰٪



تست ۲۵:

اگر شاخص پوسیدگی دندان در سال ۸۰ برابر ۵ و در سال ۹۰ برابر ۳ باشد، این شاخص از سال ۸۰ تا ۹۰ چند درصد کاهش داشته است؟



۴۰ (۴)

۳۵ (۳)

۲۵ (۲)

۲۰ (۱)

تست ۲۶:

اگر شاخص بهای کالاهای A، B، C و D در سال ۹۰ به ترتیب برابر با ۱۰۰، ۱۲۰، ۱۵۰ و ۱۸۰ بوده و شاخص این کالاها در سال ۹۶ مطابق



جدول زیر باشد، ترتیب تورم کالاها از بیشترین به کمترین مقدار از راست به چپ کدام است؟

کالا	شاخص در سال ۹۶
A	۱۴۰
B	۳۰۰
C	۴۲۵
D	۲۵۰

(۱) D, A, B, C (۳) A, D, B, C

(۲) D, A, C, B (۴) A, D, C, B

تست ۲۷:

اگر تورم قیمت گوشت مرغ بین سال‌های ۹۵ تا ۹۷ برابر ۲۵ درصد و شاخص بهای گوشت مرغ در سال پایه (سال ۹۵) برابر ۲۰ باشد، شاخص بهای گوشت مرغ در سال ۹۷ کدام است؟



۲۵ (۲)

۱۵ (۱)

۴۵ (۴)

۳۵ (۳)

تست ۲۸:

اگر تورم قیمت «سیمان» بین سال‌های ۹۳ تا ۹۷ برابر ۶۰ درصد و شاخص بهای آن در سال ۹۳ برابر ۲۰ باشد، شاخص بهای آن در سال ۹۷ کدام است؟



۳۴ (۴)

۳۲ (۳)

۳۰ (۲)

۲۸ (۱)



تعریف بیکار: فردی است که توانایی انجام کار داشته باشد و به طور موقت بیکار شده و در جستجوی کار باشد و یا منتظر شروع کار جدید از یک زمان مشخص هست.

جمعیت فعال: همی افراد یک جامعه که در محدوده سنی ۱۶ تا ۶۵ سال هستند و توانایی انجام کار داشته باشند را جمعیت فعال می‌نامیم. جمعیت فعال شامل همی افراد شاغل و بیکار می‌شود.

شاخص نرخ بیکاری: این شاخص، درصد افراد بیکار یک جامعه را نشان می‌دهد. برای محاسبه نرخ بیکاری از رابطی زیر استفاده می‌کنیم:

$$\text{نرخ بیکاری} = \frac{\text{تعداد افراد بیکار}}{\text{جمعیت فعال}} \times ۱۰۰$$



مشال ۵:

نرخ بیکاری را در یک جامعه با جمعیت فعال ۳۰ میلیون و جمعیت شاغل ۲۲ میلیون را بیابید.



مشال ۶:

نرخ بیکاری را در یک جامعه با جمعیت شاغل ۱۵ میلیون و جمعیت بیکار ۳ میلیون را بیابید.



مشال ۷:

حداقل چند شغل در منطقه ای که ۱۲۰۰ نفر از افراد بالای ۱۶ سال شاغل بوده و ۲۰۰ نفر بالای ۱۶ سال جویای کار می باشند، باید

ایجاد شود تا نرخ بیکاری این منطقه مساوی ۵ درصد شود؟



تمرین ۲۹:

اگر جمعیت فعال جامعه ای ۲۵ میلیون نفر و نرخ بیکاری ۱۲ درصد باشد، جمعیت شاغلین جامعه چند میلیون نفر است؟

۲۲ (۴)

۱۵ (۳)

۱۰ (۲)

۳ (۱)



تست ۳۰:

نرخ بیکاری در سال ۹۶ برابر ۱۳ درصد است. روند تغییرات این نرخ حاکی از آن است که این شاخص نسبت به سال گذشته ۱ درصد افزایش



داشته است. اگر جمعیت فعال کشور در سال گذشته ۲۶ میلیون نفر باشد. تعداد بیکاران در سال گذشته چند نفر بوده است؟

- (۱) ۲۶۰۰۰۰۰ نفر (۲) ۲۶۰۰۰۰۰۰ نفر (۳) ۳۱۲۰۰۰۰۰ نفر (۴) ۳۳۸۰۰۰۰۰ نفر

تست ۳۱:

- در یک شهرستان، ۱۶۰۰ نفر از افراد ۱۶ ساله و بیشتر شاغل اند. اگر در این شهرستان ۴۰۰ نفر از افراد ۱۶ ساله و بیشتر جویای کار باشند، نرخ بیکاری در این شهرستان کدام است؟



- (۱) ۰/۲۵ (۲) ۰/۲ (۳) ۰/۴ (۴) ۰/۶

تست ۳۲:

- نرخ بیکاری در منطقه ای ۲۰٪ است. اگر در این منطقه ۲۰۰۰ نفر ۱۶ ساله و بیشتر شاغل باشند، تعداد افراد بیکار ۱۶ ساله و بیشتر در این منطقه کدام است؟



- (۱) ۴۰۰ (۲) ۳۵۰ (۳) ۴۵۰ (۴) ۵۰۰

تست ۳۳:

- در یک منطقه ۱۲۰۰ نفر از افراد ۱۶ ساله و بیشتر شاغل اند. در این منطقه ۳۰۰ نفر از افراد ۱۶ ساله و بیشتر جویای کار هستند. برای اینکه نرخ بیکاری ۵٪ کاهش یابد، چند نفر بیکار باید صاحب شغل شوند؟



- (۱) ۷۵ (۲) ۱۰۰ (۳) ۱۵۰ (۴) ۲۲۵

تست ۳۴:

نرخ بیکاری در یک جامعه با تعداد افراد فعال ۲۰۰,۰۰۰ نفر برابر ۱۲ درصد است. تعداد افراد شاغل در این جامعه چند نفر است؟



- (۱) ۱۷۰,۰۰۰ (۲) ۱۸۲,۰۰۰ (۳) ۱۸۰,۰۰۰ (۴) ۱۷۶,۰۰۰

تست ۳۵:

در یک شهرک مسکونی ۱۸۰۰۰ نفر از افراد ۱۶ ساله و بیش تر شاغل اند. اگر در این شهرک ۴۵۰۰ نفر از افراد ۱۶ ساله و بیش تر جویای کار باشند، چند شغل دیگر باید ایجاد شود تا نرخ بیکاری ۵٪ کاهش یابد؟



- (۱) ۱۱۲۵ (۲) ۱۱۵۰ (۳) ۱۱۷۵ (۴) ۱۲۰۰

تست ۳۶: در یکی از شهرهای استان کرمان، ۳۲۰۰ نفر از افراد ۱۶ سال و بیش تر شاغل اند. اگر در این شهر ۸۰۰ نفر از افراد ۱۶ سال و بیش تر جویای کار باشند، نرخ بیکاری در این شهر کدام است؟

- (۱) ۱۰٪ (۲) ۱۵٪ (۳) ۲۰٪ (۴) ۲۵٪



تست ۳۷: در یک کشور با ۱۸ میلیون جمعیت فعال، نرخ بیکاری ۱۰ درصد است. تعداد شاغلین چند میلیون نفر است؟

- (۱) ۱۶/۲ (۲) ۱۶/۴ (۳) ۱۷/۲ (۴) ۱۷/۴



تست ۳۸: در یک کشور با ۸۰ میلیون نفر جمعیت، ۲۰ میلیون نفر پایین ۱۶ سال و از میان مابقی جمعیت، ۴۵ میلیون نفر شاغل هستند. با بیکار شدن چند میلیون نفر، شاخص بیکاری ۴۰ درصد می‌گردد؟

- (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰



تست ۳۹: - در یک روستا جمعیت افراد شاغل ۳۲۰ نفر و جمعیت افراد بیکار ۸۰ نفر می‌باشد. چند شغل در این روستا باید ایجاد شود تا نرخ بیکاری ۵ درصد گردد؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۴۰ (۳) ۵۰ (۴) ۶۰



شاخص توده‌ی بدنی (شاخص سلامت یا نماتوپ): شاخصی است جهت تعیین نرمال بودن وزن افراد نسبت به قد آن‌ها.



نکته: برای تعیین کردن شاخص توده‌ی بدنی از رابطه‌ی زیر استفاده می‌کنیم:

$$\text{شاخص توده‌ی بدنی} = \frac{\text{وزن (کیلوگرم)}}{\text{مجدور قد (متر)}^2} \times 100$$

نکته: در جدول زیر شاخص توده‌ی مطلوب آمده است:

گروه سنی	۱۹ - ۲۴	۲۵ - ۳۴	۳۵ - ۴۴	۴۵ - ۵۴	۵۵ - ۶۴	بیشتر از ۶۵
شاخص سلامت نرمال	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷

تست ۴۰: یک فرد ۴۸ ساله با قد ۲۰۰ سانتی متر، چه وزنی باید داشته باشد، تا شاخص سلامت او برابر مقدار مطلوب باشد؟

- ۸۰ kg (۱)  ۹۰ kg (۲) ۱۰۰ kg (۳) ۱۱۰ kg (۴)

تست ۴۱: اگر شاخص توده‌ی بدنی (نماتوپ) فردی برابر ۲۶ و وزن او تقریباً ۵۸/۵ کیلوگرم باشد، قد این شخص چند سانتی متر است؟

- ۱۴۵ (۱)  ۱۵۰ (۲) ۱۶۵ (۳) ۱۷۰ (۴)

تست ۴۲: فردی ۱۶ ساله، دارای نماتوپ ۲۲ و قد ۱۵۰ سانتی متر می‌باشد. وزن او چند کیلوگرم است؟

- ۴۹ (۱)  ۴۹/۵ (۲) ۵۰ (۳) ۵۰/۵ (۴)

تست ۴۳: شاخص توده‌ی بدنی شخصی برابر ۳۰ است. اگر قد این شخص ۱۵۰ سانتی متر باشد، وزن او چند کیلوگرم است؟

- ۶۵/۷ (۱)  ۶۷/۵ (۲) ۷۶/۵ (۳) ۷۵/۶ (۴)

هشتم



خوانایی متن: خوانایی متن میزان سهولت درک متن از طریق، انتخاب واژه‌های مناسب و رعایت دستور نگارش است.

نکته: منظور از کلمات دشوار، کلمات دو هجا بدون در نظر گرفتن اسامی و کلمات ترکیبی آسان است.

شاخص پایهی آموزش: شاخصی است که بر اساس خوانایی متن، سال تحصیلی خواننده‌ی متن انگلیسی را تخمین می‌زند.

نکته: این شاخص عددی بین ۱ تا ۱۲ است و برای تعیین آن از رابطی زیر استفاده می‌کنیم:

$$(\frac{0}{4} \times (\text{میانگین تعداد کلمات در هر جمله} + \text{درصد کلمات دشوار})) = \text{شاخص پایهی آموزش}$$

تت ۴۴:

در یک متن، میانگین تعداد کلمات در یک جمله برابر ۱۰ و شاخص پایه آموزش برابر ۸/۸ می باشد. درصد کلمات دشوار کدام است؟
(شاخص پایه آموزش = $0.4 \times$ (میانگین تعداد کلمات در هر جمله + درصد کلمات دشوار))

۴۰ (۴)

۱۲ (۳)

۱۱ (۲)

۲۲ (۱)



تت ۴۵:

برای کتابی با متوسط طول جملات ۸ کلمه ای و ۲۰ درصد کلمات سخت شاخص پایه ی آموزش محاسبه شده است. براساس شاخص به دست آمده، این کتاب مناسب دانش آموزانی است که پایه ی را به پایان رسانده اند.

۴) یازدهم

۳) دهم

۲) نهم

۱) هشتم



تت ۴۶:

برای کتابی که هر جمله ی آن به طور متوسط ۲۴ کلمه دارد و لغات دشوار هر جمله ۳ درصد است، شاخص پایه ی آموزشی کدام است؟

۱۲ (۴)

۱۱ (۳)

۱۰ (۲)

۹ (۱)



تت ۴۷:

در یک کتاب کمک آموزشی، هر جمله به طور متوسط ۱۰ کلمه دارد و درصد لغات دشوار آن برابر با ۱۵ است. شاخص پایه ی آموزش آن کدام است؟

۴) دهم

۳) یازدهم

۲) هشتم

۱) نهم





تعریف سری‌های زمانی: به مجموعه داده‌هایی که در طی زمان با فواصل منظم گردآوری می‌شوند، سری زمانی گفته می‌شود.

نمودار سری زمانی: نمودار سری زمانی پراکنش نداشت سری زمانی که داده‌ها را با پاره خط‌هایی در طول زمان به هم متصل می‌کند.

نکته: تکرار یک ویژگی را در سری زمانی الگو می‌نامند. بازشناسی الگو به ما کمک می‌کند که چنین معادله‌هایی را برای پدیده‌های طبیعی بیابیم. مانند منحنی رشد نوزاد و یا منحنی دمای بدن انسان.

مثال ۱: چند مورد از داده‌های زیر سری زمانی است؟

- الف) میزان آلودگی هوا که توسط سازمان هواشناسی هر روز اعلام می‌شود.
 ب) هزینه‌های زندگی هر یک از افراد یک خانواده ۴ نفری در ماه قبل.
 ج) مساحت جنگل‌های شمال کشور که هر ساله اعلام می‌شود.
 د) تعداد دانش‌آموزان غایب یک مدرسه در هر روز که توسط معاون بررسی می‌شود.

تست ۱: کدام یک از داده‌های زیر سری زمانی به حساب نمی‌آید؟

- ۱) تعداد پروازهای یک فرودگاه در روزهای ماه
 ۲) میزان مصرف سوخت براساس مسافت طی شده
 ۳) دمای هوا در هر ساعت از یک شبانه روز
 ۴) تغییرات نرخ مسکن سالیانه

تست ۲: کدام یک از گزینه‌ها، یک سری زمانی است؟

- ۱) تعداد ساعات ماندگاری اثر یک دارو بر روی افراد مختلف
 ۲) تعداد زنان و مردانی که جهت اهدای خون به مرکز خون شهر خود مراجعه می‌کنند.
 ۳) تعداد ساعت خواندن یک کتاب مشخص برای ۲۰ نفر به صورت تصادفی
 ۴) تعداد مراجعان یک بانک در هر ماه از یک سال

تست ۳: کدام گزینه معرف یک سری زمانی نیست؟

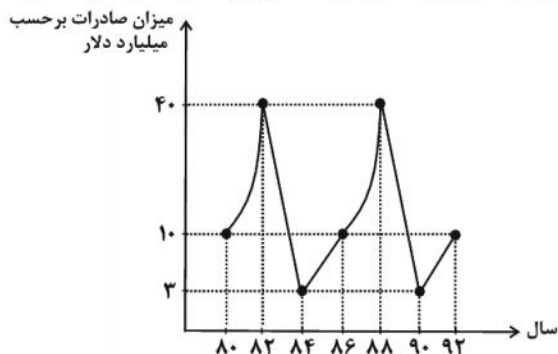
- ۱) میزان فروش فصلی یک شرکت
 ۲) تغییرات سالیانه‌ی نرخ ارز
 ۳) تعداد پروازهای ماهانه‌ی فرودگاه زاهدان در طی یک سال گذشته
 ۴) میزان مصرف سوخت اتومبیل براساس مسافت طی شده



تست ۴:



با توجه به نمودار سری زمانی زیر که از یک الگو پیروی می‌کند، صادرات در سال‌های متوالی را نشان می‌دهد. میزان صادرات در سال ۹۴ از میزان صادرات در سال ۷۴ چند میلیارد دلار بیشتر است؟



۷ (۱)

۳۷ (۲)

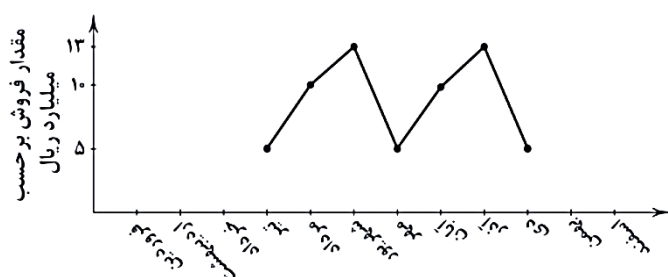
۳۰ (۳)

۴۰ (۴)

تست ۵:



نمودار سری زمانی زیر که از یک الگو پیروی می‌کند، میزان فروش یک شرکت در ماه‌های متوالی را نشان می‌دهد. میزان فروش در ماه اسفند از فروش ماه فروردین چقدر بیش‌تر است؟



۳ (۱)

۵ (۲)

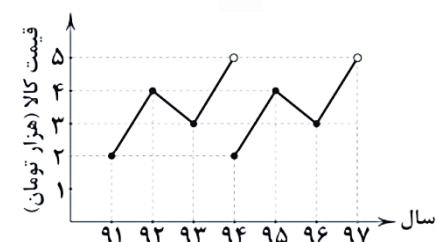
۸ (۳)

۱۸ (۴)

تست ۶:



با توجه به نمودار الگوی زیر، اختلاف قیمت نوعی کالا در سال ۹۰ و ۹۹ کدام است؟



صفر (۱)

۱ (۲)

۲ (۳)

۳ (۴)



تعریف درونیایی: درون یابی، تخمین داده‌های بین داده‌های ثبت شده است.

تعریف درونیایی خطی: درونیایی که به وسیله یک پاره خط انجام شود، درون یابی خطی نامیده می‌شود.

برای محاسبه مقدار تابع در نقطه خواسته شده با استفاده از درونیایی خطی، ابتدا معادله خط گذرنده از دو نقطه مجاور این نقطه را می‌یابیم. سپس با جایگذاری مقدار خواسته شده در معادله بدست آمده، مقدار دقیق حاصل می‌شود.

تست ۷:

طبق جدول زیر، اگر مقدار دقیق کالای فروخته شده در ساعت ۱۲ ظهر برابر ۴۰ کیلوگرم باشد، خطای درون‌یابی در ساعت ۱۲ ظهر برحسب

کیلوگرم کدام است؟

ساعت	۹	۱۱	۱۳	۱۵	۱۷	۱۹
مقدار کالای فروخته شده (کیلوگرم)	۳۰	۴۲	۵۶	۶۳	۹۰	۸۰



۲۲ (۴)

۱۸ (۳)

۱۲ (۲)

۹ (۱)

تست ۸:

معادله خطی که برای تخمین داده به کمک درون‌یابی خطی در $t = 6$ برای داده‌های جدول زیر می‌نویسیم، کدام است؟

زمان t	۱	۳	۵	۷
مقدار داده y	۶	۵	۷	۵



$y = -2x + 6$ (۴)

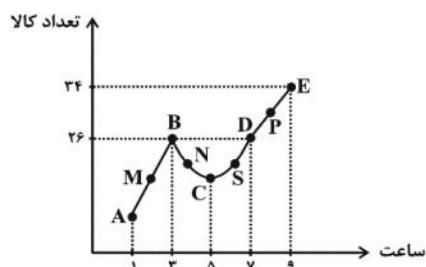
$y = 2x + 6$ (۳)

$y = -x + 12$ (۲)

$y = x + 12$ (۱)

تست ۹:

با توجه به نمودار مقابل، متن کدام گزینه نادرست است؟



(۱) درون‌یابی خطی در نقطه M به کمک نقاط A و B هیچ خطایی ندارد.

(۲) درون‌یابی خطی در نقطه S به کمک نقاط C و D دارای خطا است.

(۳) نمودار روبه‌رو یک سری زمانی است ولی تناوبی (متناوب) نیست.

(۴) تعداد کالا در $t = 8$ برابر ۲۸ است.

تست ۱۰:

یک شرکت هولدینگ دارای چند شرکت می‌باشد که میانگین حقوق مدیران آن هر ۵ سال یک بار اندازه‌گیری شده و در جدول زیر آمده است.

به روش درون‌یابی خطی، میانگین حقوق در سال ۱۷م چند میلیون تومان است؟



سال	۵	۱۰	۱۵	۲۰	۲۵
میانگین حقوق به میلیون تومان	۲	۳/۵	۵	۷/۵	۱۱

۶ (۲)

۵/۵ (۱)

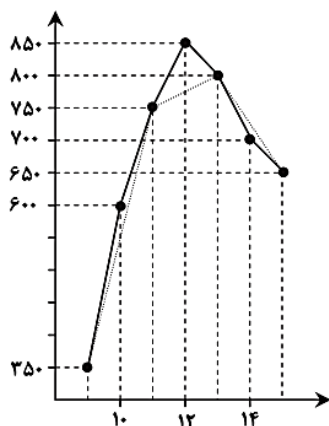
۷ (۴)

۶/۵ (۳)

تست ۱۱:



در نمودار سری زمانی روبه‌رو، خط‌چین بیانگر تعداد مشتریان است که درون‌یابی شده‌اند. اگر خط توپر تعداد واقعی مشتریان را نمایش دهد، خطای درون‌یابی تعداد مشتریان در ساعت ۱۲ کدام است؟



۷۵ (۱)

۵۰ (۲)

۲۵ (۳)

۱۰۰ (۴)

تست ۱۲:



در یک اداره تعداد مراجعه‌کنندگان در طی یک روز کاری به صورت جدول زیر است:

ساعت	۸	۱۰	۱۲	۱۴
تعداد	۶۸	۸۴	۱۰۶	۹۳

اگر تعداد افراد مراجعه‌کننده در ساعت ۱۱ صبح ۹۷ نفر باشد، خطای تخمین، کدام است؟

۲ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

۵ (۱)

تست ۱۳:



اگر درجه حرارت یک اتاق در طول یک روز و در ساعات مختلف به صورت زیر باشد، درجه حرارت اتاق در ساعت ۲ ظهر به روش درون‌یابی چند درجه‌ی سانتی‌گراد است؟

ساعت	۴	۸	۱۲	۱۶	۲۰	۲۴
درجه حرارت (برحسب سانتی‌گراد)	۲	۶	۱۰	۷	۵	۳

۸ (۱)

۹ (۲)

۸/۵ (۳)

۹/۵ (۴)

تست ۱۴:



مقادیر تابع f در جدول زیر آمده است. مقدار تابع در $x=5$ با استفاده از درون‌یابی کدام است؟

x	۲	۳	۶	۸	۹
f	۱۰	۱۲	۱۸	۲۲	۲۴

۱۲ (۱)

۱۴ (۲)

۱۶ (۳)

۱۸ (۴)

تست ۱۶:

جدول زیر مربوط به تعداد فروش یک نوع کالا در ساعات مختلفی از روز است. اگر خطای درونیابی برای تعداد فروش در ساعت ۱۳ برابر ۴ باشد، تعداد کالای فروخته شده کدام است؟



ساعت	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸
تعداد	۱۲۱	۱۴۰	۱۵۰	۱۳۲	۱۶

۱۴۱ (۱)

۱۴۲ (۲)

۱۴۳ (۳)

۱۴۴ (۴)

تست ۱۷:

در یک مرکز خرید تعداد مشتریها بین ساعت ۹ تا ۱۹ به صورت زیر است. اگر تعداد واقعی مشتریان در ساعت ۱۶، ۴۲۰ نفر باشند، خطای درونیابی تعداد مشتریان در ساعت ۱۶ کدام است؟



ساعت	۹	۱۱	۱۳	۱۵	۱۷	۱۹
تعداد مشتریان	۳۵۰	۷۵۰	۸۰۰	۶۰۰	۳۰۰	۵۰۰

۲۰ (۲)

۳۰ (۱)

۱۰ (۴)

۵۰ (۳)

تست ۱۷:

جدول زیر تعداد مشتریهای یک مرکز خرید از ساعت ۹ تا ۲۱ را نشان می دهد. اگر تعداد مشتریهای تخمین زده شده به کمک درونیابی خطی در ساعت ۲۰ برابر ۳۷۵ باشد، m کدام است؟



ساعت	۹	۱۱	۱۳	۱۵	۱۷	۱۹	۲۱
تعداد مشتری	۳۵۰	۷۵۰	۸۰۰	۶۵۰	۳۰۰	m	۲۵۰

۵۰۰ (۲)

۶۰۰ (۱)

۲۵۰ (۴)

۴۰۰ (۳)

تست ۱۸:

تعداد بازدیدکنندگان از یک مرکز تفریحی در طول یک هفته به صورت جدول زیر است. اگر تعداد بازدیدکنندگان در روزهای یکشنبه و سه شنبه از طریق درونیابی به ترتیب ۱۴۱ و ۱۵۳ نفر به دست آید، مقدار $b + a$ کدام است؟



۳۰۶ (۱)

۳۰۰ (۲)

۲۹۲ (۳)

۳۱۸ (۴)

روزهای هفته	شنبه	دوشنبه	چهارشنبه	جمعه
تعداد بازدیدکنندگان	۱۲۰	a	b	۱۸۰





تعریف برون یابی: برون یابی، تخمین داده‌های بعد یا قبل از داده‌های ثبت شده است.

برای محاسبه مقدار تابع در نقطه خواسته شده با استفاده از برون‌یابی خطی، ابتدا معادله خط گذرنده از دو نقطه A و B را می‌یابیم. سپس با جایگذاری مقدار خواسته شده در معادله بدست آمده مقدار دقیق حاصل می‌شود.

بسته به سوال، نقطه A را همان ابتدایی‌ترین یا انتهای‌ترین نقطه سری زمانی در نظر می‌گیریم. نقطه B نیز همان میانگین زمان‌ها در نقش x و میانگین y ها است.

نکته: در برون‌یابی خطی یک سری زمانی، اگر داده‌ها تقریباً روی یک خط تغییر کنند، تخمین بهتری به دست می‌آید، ولی اگر سری زمانی دارای تغییرات ناگهانی باشد، تخمین به دست آمده از برون یابی خطی از دقت پایین‌تری برخوردار است.

مثال ۲: کدام برون یابی دارای خطای کمتری است؟ چرا؟

الف) برون یابی وزن یک نوزاد از روی نمودار رشد.

ب) قیمت سهام در بورس تهران از نمودار قیمت‌ها.



تست ۱۹: کدام گزینه صحیح است؟

(۱) خط فقر برابر است با میانگین یا میانه‌ی درآمد ماهیانه‌ی افراد

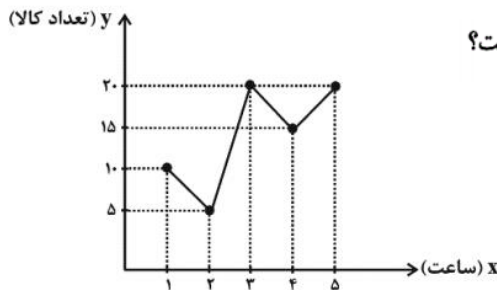
(۲) خطای برون‌یابی برابر است با مجموع مقدار واقعی و مقدار تخمین‌زده شده

(۳) درون‌یابی، تخمین داده‌های بین داده‌های ثبت‌شده است.

(۴) شاخص بهای کالا و خدمات به واحد اندازه‌گیری بستگی دارد.



تست ۲۰: در نمودار سری زمانی زیر به کمک برون‌یابی خطی، تعداد کالا در $x = 6$ کدام است؟



۲۳ (۳)

۱۵ (۱)

۲۵ (۴)

۱۸ (۲)



تست ۲۱: فاطمه نمرات ریاضی ماهانه خود را در نمودار سری زمانی رسم کرد. پیش‌بینی نمره او به کمک برون‌یابی برای امتحان ماه چهارم کدام است؟

ماه	۱	۲	۳
نمره	۱۵	۱۷	۱۳

۱۲ (۲)

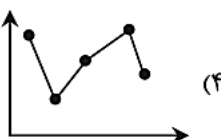
۱۵ (۱)

۱۹ (۴)

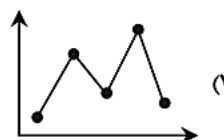
۱۱ (۳)



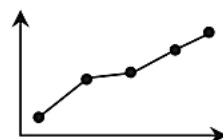
تست ۲۲: اگر نمودارهای داده‌شده سری زمانی باشند، در کدام گزینه برون‌یابی خطی بهتری امکان‌پذیر است؟



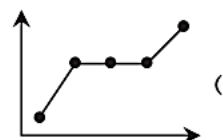
(۴)



(۳)



(۲)



(۱)



تست ۲۳:

اگر تعداد قبول شدگان کنکور در یک آموزشگاه از سال ۹۳ به بعد، به صورت زیر باشد، تعداد قبول شدگان سال ۹۹ به روش برون‌یابی کدام است؟

سال	۹۳	۹۴	۹۵	۹۶	۹۷
تعداد قبول شدگان	۱۵	۱۴	۱۰	۱۶	۲۵

(۱) ۳۴

(۲) ۳۰

(۳) ۲۸

(۴) ۲۶



تست ۲۴:

در یک مرکز خرید، تعداد مشتری‌ها بین ساعت ۹ الی ۱۹ به صورت زیر است. به کمک برون‌یابی، تعداد مشتریان در ساعت ۲۱ کدام است؟

ساعت	۹	۱۱	۱۳	۱۵	۱۷	۱۹
تعداد مشتری	۳۵۰	۷۵۰	۸۰۰	۶۰۰	۳۰۰	۵۰۰

(۱) ۴۸۰

(۲) ۵۲۰

(۳) ۴۷۰

(۴) ۵۳۰



تست ۲۵:

میانگین سود یک کارگاه تولیدی در پنج سال متوالی به صورت زیر است. سود این کارگاه در سال ششم به روش برون‌یابی خطی چند میلیون تومان است؟

سال	۱	۲	۳	۴	۵
سود (میلیون ریال)	۷۴	۸۰	۹۳	۸۹	۹۴

(۲) ۹۸

(۴) ۱۰۰

(۱) ۹۷

(۳) ۹۹



تست ۲۶:

اگر میزان فروش یک شرکت برحسب میلیون تومان در ۴ سال متوالی به صورت زیر باشد و مقدار برون‌یابی شده برای سال پنجم برابر ۴۸/۳ و مقدار واقعی فروش ۴۹/۷ باشد، خطای برون‌یابی خطی کدام است؟

سال	۱	۲	۳	۴
میزان فروش	۴۱	۴۵	۴۳	۴۷

(۲) ۱/۴

(۴) ۲/۴

(۱) -۱/۷

(۳) -۱/۴



تست ۲۷:

تعداد مراجعه‌کنندگان به یک درمانگاه بین ساعات ۸ تا ۱۸ یک روز به صورت زیر ثبت شده است. برای برون‌یابی تعداد مراجعه‌کنندگان در

ساعت ۲۰ از کدام معادله خط استفاده می‌شود؟

ساعت (x)	۸	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸
تعداد مراجعه‌کنندگان (y)	۱۱	۲۵	۲۰	۱۸	۳۶	۵۲

(۴) $y = 8x - 24$

(۳) $y = 5x - 24$

(۲) $y = 8x - 38$

(۱) $y = 5x - 38$

